

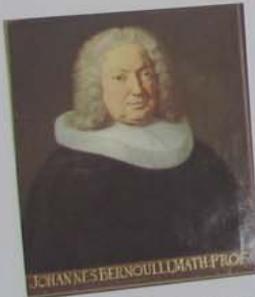
IN ANALYSIN INFINITORUM.

12

L'ANALISI E LE FUNZIONI CIRCOLARI



Leonhard Euler

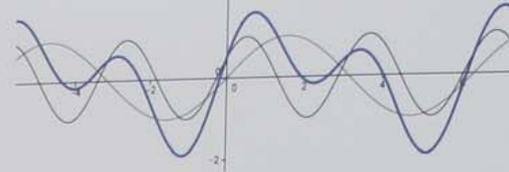


Johann Bernoulli

Attorno alla metà del Seicento comincia a delinearsi un processo di trasformazione nella visione della trigonometria, che si compirà con l'avvento del calcolo infinitesimale. Fino ad allora le grandezze trigonometriche come seno, coseno, tangente erano essenzialmente delle tavole di valori di cui servirsi per la risoluzione dei triangoli; con l'avvento della geometria cartesiana esse diventano delle curve, per le quali si pongono i problemi tipici delle curve più note, come la determinazione della retta tangente in un punto, della lunghezza di un arco di curva o dell'area racchiusa. Poco più tardi, Newton troverà gli sviluppi in serie delle funzioni trigonometriche e delle loro inverse.

Lo sviluppo del calcolo infinitesimale porta all'introduzione di una nuova misura degli angoli: il radiante, corrispondente a circa $57^{\circ} 18'$.

Nel Settecento, l'introduzione sistematica dei numeri complessi permette ulteriori sviluppi. All'inizio del secolo, i fratelli Jacob (1654 - 1705) e Johann (1667 - 1748) Bernoulli determinano le relazioni che legano le funzioni inverse, come l'arcoseno e l'arcotangente, ai logaritmi dei numeri complessi. De Moivre stabilisce la formula che porta ancora oggi il suo nome. Infine, nell'*Introductio in analysin infinitorum* (1748), fondamentale opera di riferimento per l'intera analisi, Leonhard Euler (1707 - 1783) partendo dagli sviluppi in serie del seno, coseno e esponenziale dimostra la cosiddetta "formula di Eulero", una relazione che lega gli esponenziali complessi con le funzioni seno e coseno.



13

LE SERIE TRIGONOMETRICHE



Daniel Bernoulli



Joseph Fourier

Il riconoscimento del carattere oscillante di seno e coseno portò ben presto all'idea di servirsi delle funzioni seno e coseno per descrivere fenomeni periodici. Il primo tentativo in questo senso riguarda l'acustica e si deve a Daniel Bernoulli (1700 - 1782). In un lavoro del 1753 egli espresse la funzione che descrive la vibrazione di una corda in un dato istante come somma di onde sinusoidali, il che corrisponde al fatto accettato in acustica che una corda musicale, messa in vibrazione, risponde con una combinazione della armonica fondamentale e dei suoi sovratoni o armoniche superiori.

All'inizio dell'Ottocento Joseph Fourier (1768 - 1830) si imbatté in una espressione del tutto simile studiando il problema della propagazione del calore in una lamina sottile. Nella sua opera *Théorie analytique de la chaleur*, pubblicata nel 1822, Fourier insegnò come determinare i coefficienti che compaiono in tale serie e tentò di spiegare come una funzione non regolare come quella che descrive la temperatura iniziale della lamina potesse essere rappresentata da una serie di seni o coseni, un punto in precedenza contestato da Eulero e chiarito successivamente grazie ai contributi di Peter Gustav Lejeune Dirichlet (1805 - 1859).

THÉORIE ANALYTIQUE DE LA CHALEUR,

PAR M. FOURIER.



A PARIS,

CHEZ FIRMIN DIDOT, PÈRE ET FILS,
L'IMPRIMERIE DES BÉNÉDICTINS, L'ABBAYE DE
S. VALENTIN, N. 4.