



COMPILAZIONE DELLE TAVOLE

Le prime tavole trigonometriche, a partire da quelle di al-Hasib per seno e tangente, vengono compilate riscrivendo per le nuove funzioni la tavola delle corde di Tolomeo. La realizzazione di tavole sempre più precise, con la riduzione dell'intervallo minimo dell'arco e l'aumento del numero di cifre significative, porta allo sviluppo di nuove tecniche di calcolo e alla ricerca di formule di interpolazione più efficienti.

Ibn Yunus (circa 950 - 1009), uno dei più grandi astronomi arabi, nel suo *al-Zij al-Kabir al-Hakim* (*Grandi tavole dedicate ad al-Hakim*) fornisce una tavola dei seni compilata per intervalli pari a un minuto e con nove cifre. Come per le tavole di Tolomeo, un punto chiave è la determinazione del seno dell'angolo di 1° . Passi importanti sono compiuti da Ibn Yunus, che usa un procedimento per bisezioni successive analogo a quello seguito da Tolomeo, ma apportando infine una correzione al valore ottenuto da quest'ultimo per interpolazione, e da Abū'l-Wafā, il cui metodo si ritrova nei testi fino al XV secolo.

Il punto massimo nella produzione di tavole trigonometriche viene raggiunta dagli astronomi che operano nel grande osservatorio fatto costruire nel 1428 a Samarcanda da Ulugh Beg. Tra questi si distingue Jamshīd al-Kāshī (o Kashani, 1380 - 1429), una delle ultime grandi figure della matematica araba. In particolare, nel suo *Trattato della corda e del seno*, al-Kāshī calcola il seno di 1° con un metodo completamente innovativo, che lega la trisezione dell'angolo di 3° alla soluzione approssimata di un'equazione di terzo grado.



5 LE GRANDEZZE TRIGONOMETRICHE



Nella trigonometria araba si usano spesso seni e coseni invece di tangenti.

Accanto alle funzioni di seno e coseno, anche la tangente è usata, ma con meno frequenza.

Le prime tavole trigonometriche sono basate sul seno e sul coseno, che sono le funzioni più importanti della trigonometria araba.



Al-Kāshī calcola il seno di 1° con un metodo completamente innovativo, che lega la trisezione dell'angolo di 3° alla soluzione approssimata di un'equazione di terzo grado.



4 LA TRIGONOMETRIA ARABA



La minareta di Cordoba



Abū'l-Wafā

Presso gli arabi l'eredità indiana e quella greca si fondono ponendo le basi per una nuova disciplina della forma sempre più simile a quella attuale. L'incontro dei matematici arabi con la trigonometria indiana risale alla seconda metà dell'VIII secolo, mentre a partire dall'inizio del IX secolo, si sviluppa una potente astronomia di matrice greca, con lo studio dell'Almagesto di Tolomeo e delle opere di geometria sferica di Menelao, Autolico e Teodosio da cui si attingono gli strumenti, i metodi e i risultati fondamentali, modernizzandoli con l'introduzione del seno indiano. Allo sviluppo della trigonometria araba, oltre alle applicazioni astronomiche, concorrono anche motivi religiosi, in primo luogo la determinazione della direzione della Mecca, che anche oggi si trova indicata da una nicchia (mihrāb) in ogni moschea.

La fine del IX secolo segna un punto di svolta con la formulazione e la diffusione di nuove e più semplici relazioni e un esordio più sistematico dato all'intera teoria. Fondamentali in questo senso, le opere di Abū'l-Wafā (940 - 998) in cui compie ad esempio la legge dei seni per il triangolo sferico. Nella versione moderna questa legge si ritrova più tardi nel *Trattato del quadrilatero* di Nasir al-Din al-Tusi (1201 - 1274). Con al-Tusi la trigonometria si diventa una disciplina autonoma, oggetto di studi e trattati svincolati dalle sue immediate applicazioni astronomiche.



ज्या

3 LA TRIGONOMETRIA INDIANA



Induismo

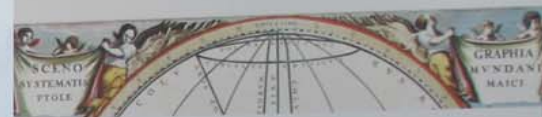


Anche nella matematica indiana del periodo classico (VI - IV secoli a.C.) la trigonometria risulta direttamente correlata con gli studi astronomici. Il padre dell'*Āryabhaṭīya*, come viene chiamato il matematico Āryabhaṭa (476 - 550), è figura di spicco del movimento per la riforma dell'astronomia indiana.

Oltre al seno vengono introdotti altri due funzioni, seno coseno e seno-verso, che sono le funzioni più importanti della trigonometria indiana. In questo modo vengono semplificati le relazioni tra seno e coseno e nel contempo, soprattutto ad opera dei successori di Āryabhaṭa, vengono studiate le relazioni tra seno e seno-verso e tra seno e seno coseno.

Il periodo classico della matematica indiana si conclude con l'importante trattato astronomico *Siddhanta Shirodhara* di Brahmagupta (598 circa - 628 circa), che è considerato il primo testo di trigonometria indiana. In questo testo vengono definiti i termini *seno*, *coseno*, *seno-verso* e *seno coseno*, che sono le funzioni più importanti della trigonometria indiana.

Nel periodo successivo, dopo la figura di Brahmagupta, si sviluppa la trigonometria indiana con il contributo di altri matematici, che continuano a perfezionare le formule e le relazioni tra seno e seno-verso.



2 I MAGGIORI CONTRIBUTI GRECI



Tolomeo Claudio



Il sistema tolemaico

Contributi successivi sono dovuti a Teodosio di Trigioli (II secolo a.C.) e a Menelao di Alessandria (II secolo d.C.), autori di trattati di geometria sferica che si sono preservati rispettivamente nella versione originale e in una traduzione araba.

La maggior parte delle notizie sui metodi trigonometrici greci si viene però dalla più importante opera astronomica dell'antichità, la *Composizione matematica* di Tolomeo Claudio (II secolo d.C.), meglio nota con il nome arabo di *Almagesto*. Questa contiene una tavola delle corde che procede di mezzo grado in mezzo grado e una esposizione dei metodi usati per la costruzione.

Basato centrale nei calcoli era il seno, che era definito come la metà della corda di un arco di 2° , e si ricavava la corda della somma e della differenza di due archi, nonché una formula di bisezione, sempre relativa alle corde. Poiché sono note le corde di 72° e di 90° (della periferia e dell'angolo retto), per sottrazione si ricava la corda di 18° , e da quella per successive bisezioni quelle di 9° , di 4° , di 2° e di 1° . Più difficile è il calcolo della corda di 1° , che Tolomeo ottiene per interpolazione tra quelle di $1^\circ 30'$ e di $45'$.

