

HARMONICA

matematica che impiega le serie e poi anche gli
fatta sempre più ampia e variegata, configu-
settore della matematica noto come "analisi
inante in altri settori quali il calcolo infinitesi-
quazioni alle derivate parziali, la teoria dei
iale, l'analisi numerica.

la corda vibrante, la teoria di Fourier torna ad
ustica dal tedesco Hermann von Helmholtz
a monumentale opera, *Die Lehre von den To-
physiologische Grundlage für die Theorie der
sensazioni tonali come base fisiologica della*
, studia i suoni e le armoniche accompagnando
matica con verifiche sperimentali e riconoscen-
elle serie di seni e coseni nella descrizione dei fe-

ioni si è fatto da allora sempre più importante, di
ogredire della conoscenza della natura di vaste
sici che presentano una natura ondulatoria. Così
ad esempio lo strumento matematico più impor-

so il teorema di campionamento, è alla base della
tte la riproduzione della musica, come la realizza-
un CD. Ma trova impiego anche in numerosi altri
o medico-diagnostico, ad esempio nella tomogra-
nella risonanza magnetica nucleare, fino a quello
mia.



9 PRIMI CONTRIBUTI IN OCCIDENTE



INTRODUCTIO IN ANALYSIN INFINITORUM.

12 L'ANALISI E LE FUNZIONI CIRCOLARI



Leonhard Euler

Attorno alla metà del Seicento comincia a delinearsi un processo di trasformazione nella visione della trigonometria, che si compirà con l'avvento del calcolo infinitesimale. Fino ad allora le grandezze trigonometriche come seno, coseno, tangente erano essenzialmente delle funzioni dei valori di cui servono per la risoluzione dei triangoli, con l'avvento della geometria cartesiana esse diventano delle curve, per le quali si pongono i problemi tipici delle curve più note, come la determinazione della retta tangente in un punto, della lunghezza di un arco di curva o dell'area racchiusa. Poco più tardi, Newton troverà gli sviluppi in serie delle funzioni trigonometriche e delle loro inverse.

Lo sviluppo del calcolo infinitesimale porta all'introduzione di una nuova misura degli angoli: il radiante, corrispondente a circa 57.3°.

Nel Settecento, l'introduzione sistematica dei numeri complessi permette ulteriori sviluppi. All'inizio del secolo, i fratelli Jacobi (1654 - 1705) e Johann (1667 - 1748) Bernoulli determinano le relazioni che legano le funzioni inverse, come l'arcoseno e l'arctangente, ai logaritmi dei numeri complessi. De Moivre introduce in *Analysin Infinitorum* (1748), fondamentale opera di riferimento per l'intera analisi, Leonhard Euler (1707 - 1783) partendo dagli sviluppi in serie del seno, coseno e esponenziale dimostra la cosiddetta "formula di Eulero", una relazione che lega gli esponenziali complessi con le funzioni seno e coseno.



Johann Bernoulli



13 LE SERIE TRIGONOMETRICHE



Daniel Bernoulli

Il riconoscimento del carattere oscillante di seno e coseno portò ben presto all'idea di servirsi delle funzioni seno e coseno per descrivere fenomeni periodici. Il primo tentativo in questo senso riguarda l'acustica e si deve a Daniel Bernoulli (1700 - 1782): in un lavoro del 1753 egli espresse la funzione che descrive la vibrazione di una corda in un dato istante come somma di onde sinusoidali, il che corrisponde al fatto accertato in acustica che una corda musicale, messa in vibrazione, risponde con una combinazione della armonica fondamentale e dei suoi sovratoni o armoniche superiori.

All'inizio dell'Ottocento Joseph Fourier (1768 - 1830) si imbatte in una espressione del tutto simile studiando il problema della propagazione del calore in una lamina sottile. Nella sua opera *Théorie analytique de la chaleur*, pubblicata nel 1822, Fourier insegnò come determinare i coefficienti che compaiono in tale serie e tentò di spiegare come una funzione non regolare come quella che descrive la temperatura iniziale della lamina potesse essere rappresentata da una serie di seni o coseni, un punto in precedenza contestato da Eulero e chiarito successivamente grazie ai contributi di Peter Gustav Lejeune Dirichlet (1805 - 1859).



Joseph Fourier

THÉORIE
ANALYTIQUE
DE LA CHALEUR,
PAR M. FOURIER.



A PARIS,
CHEZ FIRMIN DIDOT, PÈRE ET FILS,
RUE DE LA HARPE, N.° 226.
1822.