

# HARMONICA

matematica che impiega le serie e poi anche gli  
fatta sempre più ampia e variegata, configu-  
settore della matematica noto come "analisi  
inante in altri settori quali il calcolo infinitesi-  
quazioni alle derivate parziali, la teoria dei  
iale, l'analisi numerica.

la corda vibrante, la teoria di Fourier torna ad  
ustica dal tedesco Hermann von Helmholtz  
monumentale opera, *Die Lehre von den To-*  
*physiologische Grundlage für die Theorie der*  
*sensazioni tonali come base fisiologica della*  
, studia i suoni e le armoniche accompagnando  
matica con verifiche sperimentali e riconoscen-  
elle serie di seni e coseni nella descrizione dei fe-

ioni si è fatto da allora sempre più importante, di  
ogredire della conoscenza della natura di vaste  
sici che presentano una natura ondulatoria. Così  
ad esempio lo strumento matematico più impor-

so il teorema di campionamento, è alla base della  
tte la riproduzione della musica, come la realizza-  
un CD. Ma trova impiego anche in numerosi altri  
o medico-diagnostico, ad esempio nella tomogra-  
nella risonanza magnetica nucleare, fino a quello  
mia.



## 9 PRIMI CONTRIBUTI IN OCCIDENTE



# INTRODUCTIO IN ANALYSIN INFINITORUM.

## 12 L'ANALISI E LE FUNZIONI CIRCOLARI



Leonhard Euler



Johann Bernoulli

Attorno alla metà del Seicento comincia a delinearsi un processo di trasformazione nella visione della trigonometria, che si compirà con l'avvento del calcolo infinitesimale. Fino ad allora le grandezze trigonometriche come seno, coseno, tangente erano essenzialmente delle funzioni dei valori di cui servivano per la risoluzione dei triangoli, con l'avvento della geometria cartesiana esse diventano delle curve, per le quali si pongono i problemi tipici delle curve più note, come la determinazione della retta tangente in un punto, della lunghezza di un arco di curva o dell'area racchiusa. Poco più tardi, Newton troverà gli sviluppi in serie delle funzioni trigonometriche e delle loro inverse.

Lo sviluppo del calcolo infinitesimale porta all'introduzione di una nuova misura degli angoli: il radiante, corrispondente a circa  $57.3^\circ$ .

Nel Settecento, l'introduzione sistematica dei numeri complessi permette ulteriori sviluppi. All'inizio del secolo, i fratelli Jacobi (1654 - 1705) e Johann (1667 - 1748) Bernoulli determinano le relazioni che legano le funzioni inverse, come l'arcoseno e l'arctangente, ai logaritmi dei numeri complessi. De Moivre stabilisce la formula che porta ancora oggi il suo nome. Infine, nell'introduzione in *Analysin Infinitorum* (1748), fondamentale opera di riferimento per l'intera analisi, Leonhard Euler (1707 - 1783) partendo dagli sviluppi in serie del seno, coseno e esponenziale dimostra la cosiddetta "formula di Eulero", una relazione che lega gli esponenziali complessi con le funzioni seno e coseno.



## 13 LE SERIE TRIGONOMETRICHE



Daniel Bernoulli



Joseph Fourier

Il riconoscimento del carattere oscillante di seno e coseno per descrivere fenomeni periodici. Il primo tentativo in questo senso riguarda l'acustica e si deve a Daniel Bernoulli (1700 - 1782): in un lavoro del 1753 egli espresse la funzione che descrive la vibrazione di una corda in un dato istante come somma di onde sinusoidali, il che corrisponde al fatto accertato in acustica che una corda musicale, messa in vibrazione, risponde con una combinazione della armonica fondamentale e dei suoi sovratoni o armoniche superiori.

All'inizio dell'Ottocento Joseph Fourier (1768 - 1830) si imbatte in una espressione del tutto simile studiando il problema della propagazione del calore in una lamina sottile. Nella sua opera *Théorie analytique de la chaleur*, pubblicata nel 1822, Fourier insegnò come determinare i coefficienti che compaiono in tale serie e tentò di spiegare come una funzione non regolare come quella che descrive la temperatura iniziale della lamina potesse essere rappresentata da una serie di seni e coseni, un punto in precedenza contestato da Eulero e chiarito successivamente grazie ai contributi di Peter Gustav Lejeune Dirichlet (1805 - 1859).

THÉORIE  
ANALYTIQUE  
DE LA CHALEUR,  
PAR M. FOURIER.



A PARIS,  
CHEZ FIRMIN DIDOT, PÈRE ET FILS,  
Maison fondée par les Bénédictins, l'Imprimerie d'Artois  
de la rue de la Harpe, n° 226, l'18

1822.