ESERCIZI LEZIONE 24 OTTOBRE 2025

SIMMETRIA CENTRALE

Determina il punto A', simmetrico del punto A rispetto a P.

9 $A(-1, 5)$ $P\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)$ $[A'(2, -2)]$

10 $A(1, 3)$ $P\left(-\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}\right)$ $[A'(-2, -6)]$

11 $A(2, -3)$ $P(3, -1)$ $[A'(4, 1)]$

12 $A(-3, 4)$ $P\left(-4, -\frac{5}{2}\right)$ $[A'(-5, -9)]$

Determina il triangolo $A'B'C'$, simmetrico rispetto al punto P del triangolo ABC di cui sono dati i vertici. Rappresenta ABC e $A'B'C'$ e verifica che hanno lo stesso perimetro e la stessa area.

13 $A(-1, 1), B(1, 0), C(2, 2)$ $P \equiv O$ $\left[\text{Perimetro} = 2\sqrt{5} + \sqrt{10}; \text{Area} = \frac{5}{2}\right]$

14 $A(-2, 0), B(4, 0), C(2, 2)$ $P(0, 1)$ $[\text{Perimetro} = 2\sqrt{5} + 2\sqrt{2} + 6; \text{Area} = 6]$

15 $A(-3, 0), B(2, 1), C(-1, 2)$ $P(1, 1)$ $[\text{Perimetro} = 2\sqrt{2} + \sqrt{10} + \sqrt{26}; \text{Area} = 4]$

16 $A(-2, 0), B(2, 3), C(2, -2)$ $P(-1, 2)$ $[\text{Perimetro} = 2\sqrt{5} + 10; \text{Area} = 10]$

SIMMETRIA ASSIALE

65 Determina le coordinate del punto simmetrico di $P\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)$ rispetto:

a. all'asse x b. all'asse y c. alla retta di equazione $x = \frac{1}{2}$ d. alla retta di equazione $y = -2$
e. alla bisettrice del secondo e del quarto quadrante

$\left[\text{a. } \left(\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}\right); \text{ b. } \left(-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right); \text{ c. } \left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right); \text{ d. } \left(\frac{1}{2}, -\frac{11}{2}\right); \text{ e. } \left(-\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}\right)\right]$

66 Determina le coordinate del punto simmetrico di $P(-1, 2)$ rispetto:

a. all'asse x b. all'asse y c. alla retta di equazione $x = -3$ d. alla retta di equazione $y = 2$
e. alla bisettrice del primo e del terzo quadrante

[a. $(-1, -2)$; b. $(1, 2)$; c. $(-5, 2)$; d. $(-1, 2)$; e. $(2, -1)$]

67 È dato il triangolo di vertici $A(-1, 0), B(1, -1), C(2, 3)$. Determina le coordinate dei vertici del corrispondente di ABC:

a. nella simmetria rispetto all'asse x
b. nella simmetria rispetto all'asse y
c. nella simmetria rispetto alla bisettrice del primo e del terzo quadrante

Disegna il triangolo ABC e i suoi corrispondenti nelle simmetrie considerate.

[a. $A'(-1, 0), B'(1, 1), C'(2, -3)$; b. $A''(1, 0), B''(-1, -1), C''(-2, 3)$; c. $A'''(0, -1), B'''(-1, 1), C'''(3, 2)$]

68 È dato il triangolo di vertici $A(1, 0), B(-1, 1), C(-2, 3)$. Determina le coordinate dei vertici del corrispondente di ABC:

a. nella simmetria rispetto alla retta di equazione $x = -2$
b. nella simmetria rispetto alla retta di equazione $y = -3$
c. nella simmetria rispetto alla bisettrice del secondo e del quarto quadrante

Disegna il triangolo ABC e i suoi corrispondenti nelle simmetrie considerate.

[a. $A'(-5, 0), B'(-3, 1), C'(-2, 3)$; b. $A''(1, -6), B''(-1, -7), C''(-2, -9)$; c. $A'''(0, -1), B'''(-1, 1), C'''(-3, 2)$]

69 È dato il punto $P(2, 1)$. Siano A, B e C i simmetrici di P rispetto all'asse x, rispetto all'asse y e rispetto alla bisettrice del primo e del terzo quadrante. Determina il perimetro e l'area del triangolo ABC.

$[A(2, -1), B(-2, 1), C(1, 2); \text{perimetro} = 2\sqrt{10} + 2\sqrt{5}; \text{Area} = 5]$

TRASLAZIONI

Determina i vertici del triangolo $A'B'C'$, corrispondente del triangolo ABC nella traslazione di vettore $\vec{v}$, e disegna i due triangoli. Verifica che essi hanno lo stesso perimetro e la stessa area.

115 $A(-1, 2), B(1, -1), C(3, 2)$ $\vec{v}(-2, 1)$ $[\text{Perimetro} = 2\sqrt{13} + 4; \text{Area} = 6]$

116 $A(0, 2), B(2, -1), C(3, 1)$ $\vec{v}(1, -2)$ $\left[\text{Perimetro} = \sqrt{13} + \sqrt{10} + \sqrt{5}; \text{Area} = \frac{7}{2}\right]$

117 $A(-1, 2), B(-3, -2), C(0, 2)$ $\vec{v}(3, 0)$ $[\text{Perimetro} = 2\sqrt{5} + 6; \text{Area} = 2]$

118 $A(-1, 3), B(2, 0), C(0, -2)$ $\vec{v}(0, -1)$ $[\text{Perimetro} = 5\sqrt{2} + \sqrt{26}; \text{Area} = 6]$

LE TRASFORMAZIONI GEOMETRICHE E I GRAFICI DI FUNZIONE

Le traslazioni e i grafici

Dai grafici delle funzioni $y = |x|$, $y = x^2$, $y = x^3$, $y = \frac{1}{x}$, $y = \sqrt{x}$ e $y = \sqrt[3]{x}$, deduci i grafici delle seguenti funzioni.

238 $y = (x-1)^2$

239 $y = |x-2|$

240 $y = \frac{1}{x+1}$

241 $y = |x+3| - 1$

242 $y = x^2 + 1$

243 $y = \frac{1}{x} + 1$

244 $y = \sqrt[3]{x-2}$

245 $y = (x+2)^2 - 1$

246 $y = |x| - 3$

247 $y = \sqrt{x+4}$

248 $y = x^2 - 1$

249 $y = (x-1)^2 + 1$

250 $y = (x+1)^3$

251 $y = \sqrt[3]{x} - 1$

252 $y = \frac{1}{x-2} - 1$

253 $y = x^3 - 4$

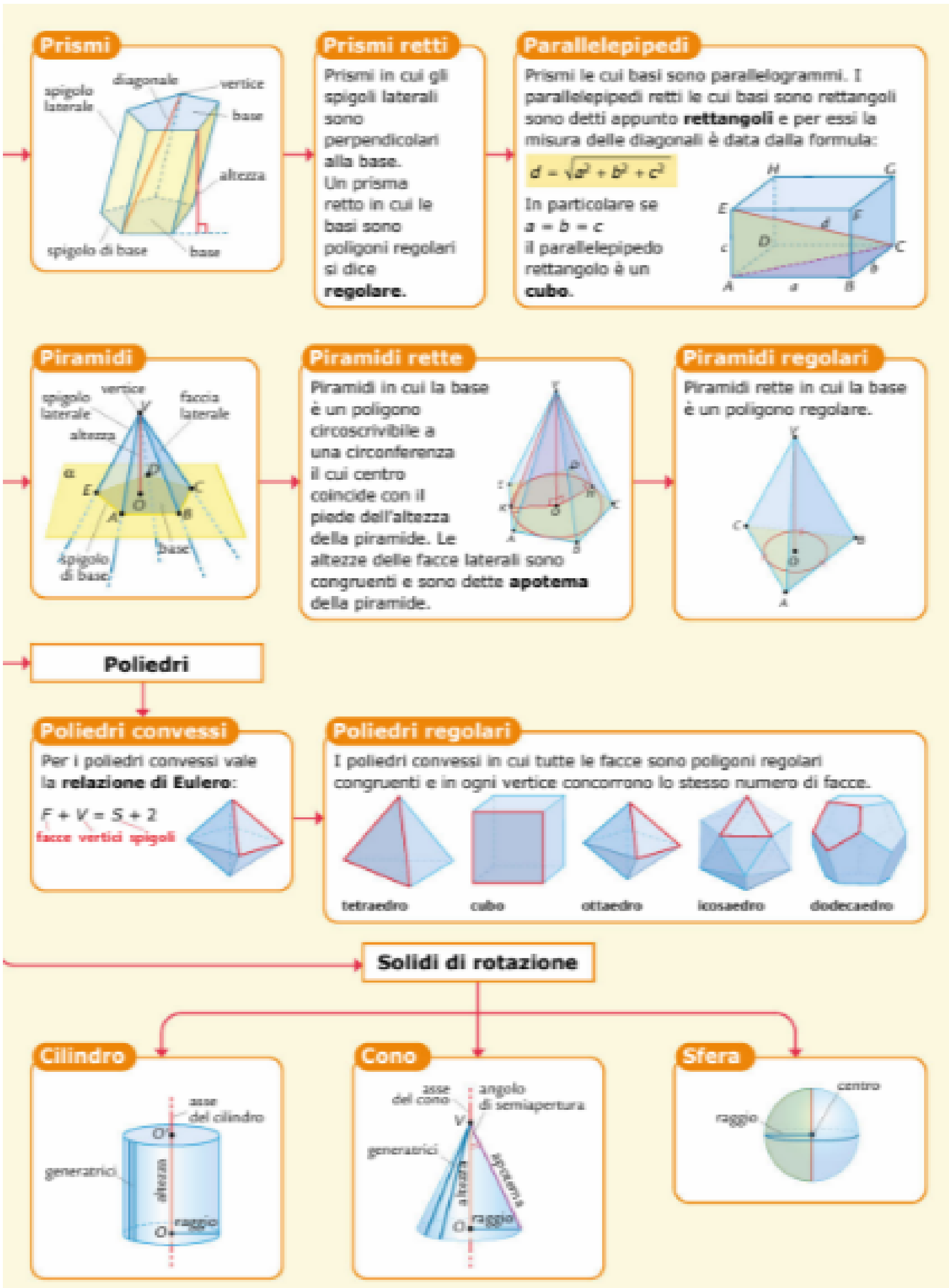
254 $y = \sqrt{x-5} - 2$

255 $y = (x+3)^2 - 1$

256 $y = (x-1)^3 + 2$

257 $y = \sqrt[3]{x-2} - 1$

RIPASSO GEOMETRIA SOLIDA



174 Una piramide ha base rettangolare, i cui lati hanno lunghezze 6 cm e 4 cm, e altezza di 12 cm. Traccia il piano distante 4 cm dal vertice e parallelo alla base che interseca tutti gli spigoli laterali della piramide. Qual è l'area della sezione della piramide con il piano? $\left[\frac{8}{3}\text{cm}^2\right]$

175 Un cono ha base di raggio r e altezza h. Traccia il piano passante per il punto medio dell'altezza e parallelo alla base. Determina il perimetro e l'area della sezione del cono con il piano. $\left[\pi r;\ \frac{1}{4}\pi r^2\right]$

176 Su un piano α, considera un quadrato $ABCD$. Sia P un punto non appartenente a α e siano A', B', C', D' rispettivamente i simmetrici di P rispetto ad A, B, C e D. Sapendo che l'area di $ABCD$ misura k, determina la misura del perimetro e dell'area di $A'B'C'D'$. $[8\sqrt{k};\ 4k]$

177 Una piramide quadrangolare regolare, il cui lato di base è lungo 4 cm, ha altezza 10 cm. A quale distanza dal vertice bisogna condurre un piano parallelo alla base, in modo che la sezione della piramide con il piano abbia area uguale alla metà della base della piramide stessa? $[5\sqrt{2}\ \text{cm}]$

178 Un cono equilatero ha cerchio di base di raggio r. A quale distanza dal vertice del cono bisogna condurre un piano parallelo alla base, in modo che la sezione del cono con il piano abbia area uguale a $\frac{1}{3}$ della base del cono? $[r]$

QUALCHE QUIZ

184 Un cubo ha spigolo lungo $\sqrt{3}$. Quanto misura la sua diagonale?

A $\sqrt{6}$ B $2\sqrt{3}$ C $2\sqrt{6}$ D 3

185 Se sezioniamo una sfera di raggio r con un piano che ha distanza dal centro uguale a $\frac{1}{3}r$, l'area della sezione ottenuta misura:

A $\frac{1}{9}\pi r^2$ B $\frac{8}{9}\pi r^2$ C $\frac{2}{9}\pi r^2$ D $\frac{16}{9}\pi r^2$

186 Quanto misura l'altezza di un tetraedro regolare di spigolo l?

A l B $\frac{\sqrt{3}}{2}l$ C $\sqrt{\frac{2}{3}}\,l$ D $\frac{\sqrt{3}}{3}l$

187 Data una piramide retta a base esagonale regolare, quanti assi di simmetria possiede?

A Uno B Nessuno C Sei D Sette

188 In una sfera di raggio r è inscritto un cono, all'interno di un segmento sferico di altezza $h = \frac{r}{2}$. Quanto vale l'ampiezza dell'angolo di semiapertura del cono?

A $30°$ B $45°$ C $\arctan 2$ D $60°$

189 Se un poliedro convesso ha facce triangolari equilatere, un suo vertice a quante facce al massimo può essere comune?

A 6 B 4 C 5 D 3

19 Un parallelepipedo rettangolo ha base quadrata, il cui lato misura $2a$; la diagonale del parallelepipedo misura $a\sqrt{17}$. Qual è il volume del parallelepipedo?

A $11a^3$ B $12a^3$ C $13a^3$ D $14a^3$

20 Un prisma regolare di base triangolare ha altezza doppia dello spigolo di base, che misura a. Qual è il volume del prisma?

A $\frac{a^3}{2}\sqrt{3}$ B $\frac{a^3}{4}\sqrt{3}$ C $\frac{a^3}{6}\sqrt{3}$ D $\frac{a^3}{9}\sqrt{3}$

21 Un prisma retto ha altezza lunga 10 cm e ha come base un triangolo rettangolo i cui cateti sono lunghi 3 cm e 4 cm. Qual è l'area della superficie totale del prima?

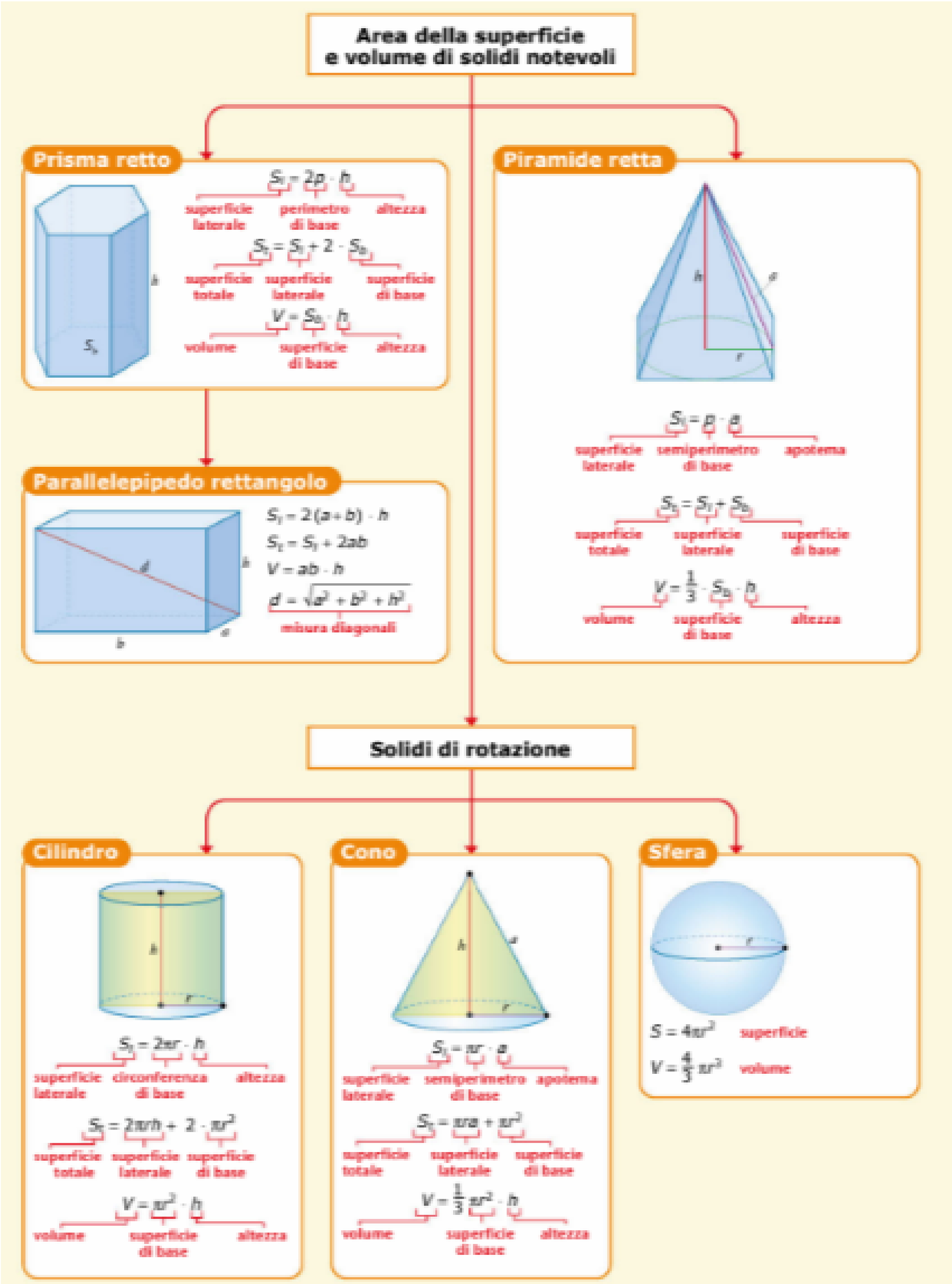
A $120\ \text{cm}^2$ B $124\ \text{cm}^2$ C $132\ \text{cm}^2$ D $144\ \text{cm}^2$

46 Due piramidi regolari a basi quadrate sono tali che una ha altezza e spigolo di base doppi dell'altra. Allora il volume della piramide di maggiore altezza, rispetto al volume dell'altra piramide, è:

A il doppio B il quadruplo C il triplo D nessuno dei precedenti

47 Una piramide ha come base un triangolo rettangolo isoscele i cui cateti misurano a e altezza di misura $6a$. Qual è il volume della piramide?

A a^3 B $2a^3$ C $3a^3$ D $4a^3$



PROBLEMI GEOMETRIA SOLIDA

22 In un parallelepipedo rettangolo la base ha lati lunghi 8 cm e 4 cm e l'altezza del parallelepipedo è lunga 4 cm. Determina:

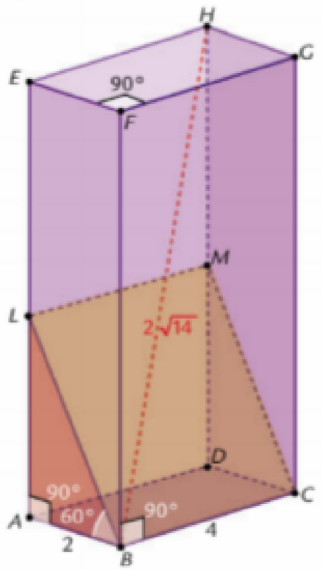
a. la lunghezza delle diagonali del parallelepipedo;
b. l'area della sua superficie totale;
c. il suo volume. [a. $4\sqrt{6}$ cm; b. 160 cm^2; c. 128 cm^3]

23 Un cubo ha diagonale lunga $6\sqrt{3}$ cm. Determina l'area della superficie totale di un parallelepipedo rettangolo avente lo stesso volume del cubo, sapendo che la base del parallelepipedo ha diagonali lunghe 10 cm e un lato lungo 6 cm. [222 cm^2]

24 In un parallelepipedo retto a base quadrata, la cui altezza è il triplo dello spigolo di base, le diagonali sono lunghe $3\sqrt{11}$ cm. Determina l'area della superficie totale e il volume del parallelepipedo.
[Area superficie = 126 cm^2; Volume = 81 cm^3]

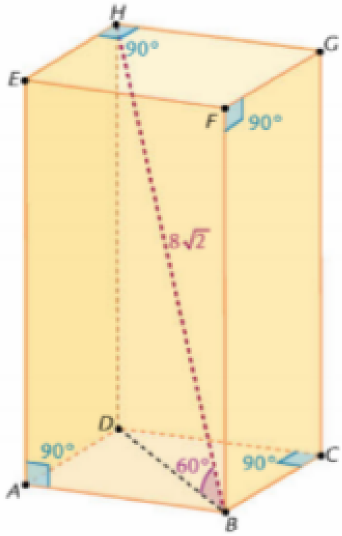
25 Un parallelepipedo retto a base quadrata ha area della superficie totale uguale al quadruplo dell'area della superficie laterale. Inoltre il volume del parallelepipedo è 288 cm^3. Determina la misura della diagonale del parallelepipedo. [$2\sqrt{73}$ cm]

30 In figura le misure dei segmenti sono date in centimetri. Determina i volumi dei prismi retti che hanno per basi i poligoni *ABL* e *ELBF*.



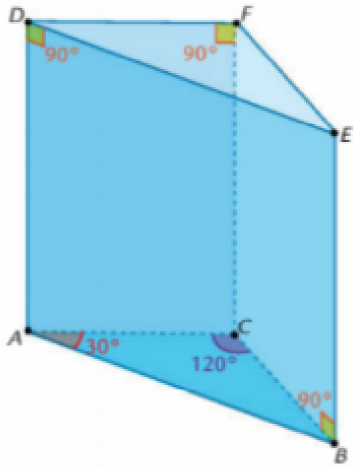
$[8\sqrt{3}\ \text{cm}^3; (48-8\sqrt{3})\text{cm}^3]$

31 In figura il poligono *ABCD* è un quadrato e le misure dei segmenti sono date in centimetri. Determina il volume e l'area della superficie totale del parallelepipedo.



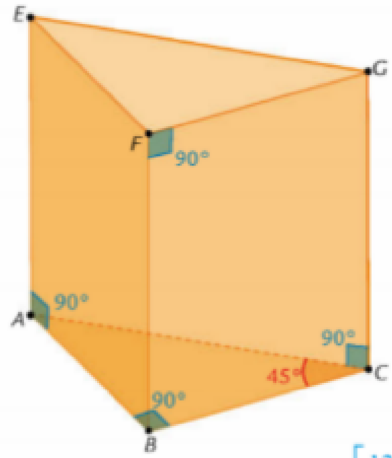
$[64\sqrt{6}\ \text{cm}^3;\ 32(1+2\sqrt{6})\,\text{cm}^2]$

40 Facendo riferimento alla figura, determina l'area della superficie totale del prisma, sapendo che $\overline{AD} = 2\overline{AC}$ e che il volume del prisma misura $4\sqrt{3}\ \text{cm}^3$.



$[(16+10\sqrt{3})\text{cm}^2]$

41 Facendo riferimento alla figura, determina il volume del prisma, sapendo che $\overline{BF} = \overline{AC}$ e che l'area della superficie totale misura $(75+50\sqrt{2})a^2$.



$\left[\dfrac{125\sqrt{2}}{2}a^3\right]$

64 Determina il volume di una piramide triangolare regolare, il cui spigolo di base misura *a*, in ciascuno dei seguenti casi, sapendo che:

a. l'angolo diedro formato da una faccia della piramide e dalla base è di 30°;
b. l'angolo diedro formato da una faccia della piramide e dalla base è di 45°;
c. l'angolo diedro formato da una faccia della piramide e dalla base è di 60°.

$\left[\textbf{a. } \dfrac{a^3\sqrt{3}}{72};\ \textbf{b. } \dfrac{a^3}{24};\ \textbf{c. } \dfrac{a^3\sqrt{3}}{24}\right]$

65 Una piramide quadrangolare regolare è tale che ciascuna faccia laterale forma con la base un angolo diedro di 45°. Sapendo che lo spigolo di base misura 2*a*, determina il volume e l'area della superficie totale del solido.

$\left[\text{Volume} = \dfrac{4}{3}a^3,\ \text{Area} = 4a^2(1+\sqrt{2})\right]$

89 Facendo ruotare un quadrato di un giro completo intorno a un suo lato si ottiene un cilindro di volume $\frac{27}{8}\pi a^3$. Determina la superficie totale del cilindro. $[9\pi a^2]$

90 Facendo ruotare un quadrato di un giro completo intorno a un suo lato si ottiene un cilindro di superficie totale $36\pi a^2$. Determina il volume del cilindro. $[27\pi a^3]$

91 Un cilindro ha superficie totale di area $37\pi a^2$ e la sezione del cilindro con un piano passante per il suo asse ha area $5a^2$. Determina il volume del cilindro. $[10\pi a^3]$

92 Le aree delle sezioni di un cilindro con un piano passante per l'asse e con un piano perpendicolare all'asse valgono rispettivamente 48 cm^2 e 9π cm^2. Determina il volume e la superficie totale del cilindro. $[72\pi\ cm^3;\ 66\pi\ cm^2]$

93 Un cilindro ha il volume uguale a $6\pi a^3$ e la superficie laterale di area $6\pi a^2$. Calcola la misura dell'altezza del cilindro e l'area della superficie totale. $\left[\frac{3}{2}a;\ 14\pi a^2\right]$

100 L'area della superficie laterale di un cono equilatero è 18π cm^2. Calcola il volume del cono. $[9\sqrt{3}\pi\ cm^3]$

101 La sezione di un cono con un piano passante per l'asse del cono è un triangolo rettangolo isoscele. Sapendo che l'area della superficie laterale del cono è $16\pi\sqrt{2}$ cm^2, calcola il volume del cono. $\left[\frac{64\pi}{3}\ cm^3\right]$

102 Un cono ha il raggio di base di misura $2a$ e volume $2\pi a^3$. Determina l'area della superficie totale del cono. $[9\pi a^2]$

103 Un cono ha l'apotema lungo 10 cm e il raggio di base lungo 6 cm. Traccia il piano parallelo alla base del cono e distante 2 cm dal vertice del cono e determina i volumi delle due parti in cui il piano divide il cono. $\left[\frac{3}{2}\pi\ cm^3,\ \frac{189}{2}\pi\ cm^3\right]$

104 Un cono, con altezza doppia del raggio di base, ha superficie laterale di area $4\pi\sqrt{5}a^2$. Determina il volume. $\left[\frac{16}{3}\pi a^3\right]$

105 Determina il volume di un cono di altezza h, inscritto in una sfera di raggio r. $\left[\frac{\pi}{3}(2rh^2-h^3)\right]$

139 Determina l'area della superficie e il volume di una sfera di raggio 3 cm. $[36\pi\ cm^2;\ 36\pi\ cm^3]$

140 Determina il volume di una sfera, sapendo che l'area della sua superficie è $9\pi a^2$. $\left[\frac{9}{2}\pi a^3\right]$

141 L'area della superficie di una sfera è S. Verifica che il suo volume V, espresso in funzione di S, è dato dalla formula $V = \frac{S}{6}\sqrt{\frac{S}{\pi}}$.

142 Determina l'area della superficie e il volume della sfera inscritta in un cubo di diagonale $4\sqrt{3}$ cm. $\left[16\pi\ cm^2;\ \frac{32}{3}\pi\ cm^3\right]$

143 Il volume di una sfera è $36\pi a^3$. Di quanto si deve aumentare il suo raggio affinché l'area della sua superficie aumenti di $64\pi a^2$? $[2a]$

144 L'area della superficie di una sfera è $16\pi a^2$. Di quanto si deve aumentare il suo raggio affinché il suo volume aumenti di $\frac{61}{6}\pi a^3$? $\left[\frac{1}{2}a\right]$

145 La somma dei volumi di due sfere, aventi una il raggio doppio dell'altra, è 324π cm^3. Determina le aree delle superfici delle due sfere. $[36\pi\ cm^2;\ 144\pi\ cm^2]$

146 Un piano distante 1 cm dal centro di una sfera individua con la sfera una sezione di area 35π cm^2. Determina l'area della superficie totale della sfera e il suo volume. $[144\ cm^2;\ 288\ cm^3]$

147 Un recipiente a forma di sfera, di raggio 60 cm, ha una cavità sferica. Il recipiente, quando è completamente riempito, contiene 40 litri di acqua. Determina la misura in centimetri del raggio della cavità, arrotondando il risultato alla prima cifra decimale. [59,1 cm]

162 Determina il rapporto tra il volume della sfera inscritta in un cubo il cui spigolo misura a e il volume del cubo stesso. $\left[\frac{\pi}{6}\right]$

163 Determina il rapporto tra il volume della sfera circoscritta a un cubo il cui spigolo misura a e il volume del cubo stesso. $\left[\frac{\pi\sqrt{3}}{2}\right]$

164 Considera una sfera di raggio r e il cubo in essa inscritto. Determina il rapporto tra il volume del cubo e il volume della sfera. $\left[\frac{2\sqrt{3}}{3\pi}\right]$

165 Determina l'altezza di un cono inscritto in una sfera di raggio r, avente altezza congruente al diametro del cerchio che costituisce la base del cono. $\left[\frac{8}{5}r\right]$

166 Considera un cilindro circolare retto, avente raggio di base r e altezza h. Determina l'area della superficie della sfera circoscritta al cilindro. $\left[4\pi\left(r^2+\frac{h^2}{4}\right)\right]$

1) La diagonale di un parallelepipedo rettangolo misura $\sqrt{5}$, gli spigoli della base misurano $\frac{3}{2}$ e $\frac{\sqrt{6}}{2}$. Determina l'ampiezza dell'angolo che la diagonale forma con la diagonale di base

2) Il triangolo $A\hat{B}C$, rettangolo in $\hat{B}$, è la base di una piramide ABCV, lo spigolo $\overline{VC}$ è $\perp$ alla base e la faccia ABV ha un angolo retto in B. Sapendo che $\overline{VA} = 8$, $V\hat{A}B = 30°$, $C\hat{B}V = 45°$ trova l'ampiezza dell'angolo $A\hat{C}B$ e il volume della piramide.

3) Determinare l'ampiezza dell'angolo al vertice di un triangolo isoscele di lato l in modo che il rapporto tra il volume del solido generato dalla rotazione del triangolo attorno a un asse // alla base e passante per il vertice e la somma dei volumi delle due sfere aventi per raggio la semibase e il lato obliquo sia uguale a k.
(Arrivare solo fino all'equazione finale)

4) Un cono circolare retto ha l'angolo di apertura di 60° ed il raggio di base misura $l\sqrt{3}$. Calcolare A_T e volume.

5) Una piramide ha per base un rombo avente un angolo di 60°. Calcolare area della superficie laterale e volume della piramide sapendo inoltre che l'apotema della piramide, che è di $k\sqrt{6}$ cm, forma con l'altezza della piramide stessa un angolo di 45°

1) In un recipiente cilindrico di raggio 5 cm si versa un litro di acqua. Quanta acqua si deve versare in un recipiente cilindrico di raggio ~~...~~ 6 cm affinché nei due recipienti l'acqua sia alla stessa altezza?

2) La somma del lato di base e dell'apotema di una piramide quadrangolare regolare è 99 cm e il loro rapporto è 16/17. Calcolare A_T e volume della piramide.

3) Calcolare l'area della superficie e del volume di una sfera circoscritta ad un cubo di lato l

4) Un parallelepipedo a base quadrata ha lo spigolo di base di 30 cm, l'altezza di 45 cm e presenta una cavità conica con la base inscritta in una base del parallelepipedo. Sapendo che il volume del solido è 35.790 cm^3, determina l'altezza del cono e l'area totale del solido.

5) Siano dati i punti A(-6,-4) B(4,-4) C(0,-1)

- Calcola il perimetro e l'area della figura ottenuta unendo i punti.
- Calcola il punto medio dei segmenti
- Esegui una rotazione completa del poligono ABC attorno alla retta passante per A e B.
- Calcola A_T e Volume del solido ottenuto.

2