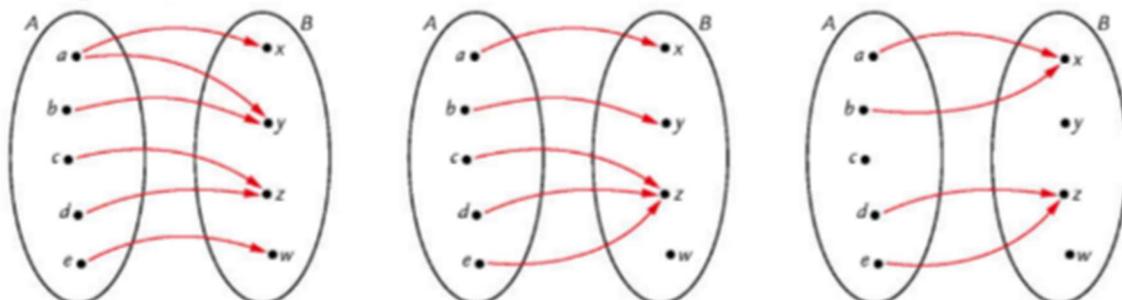


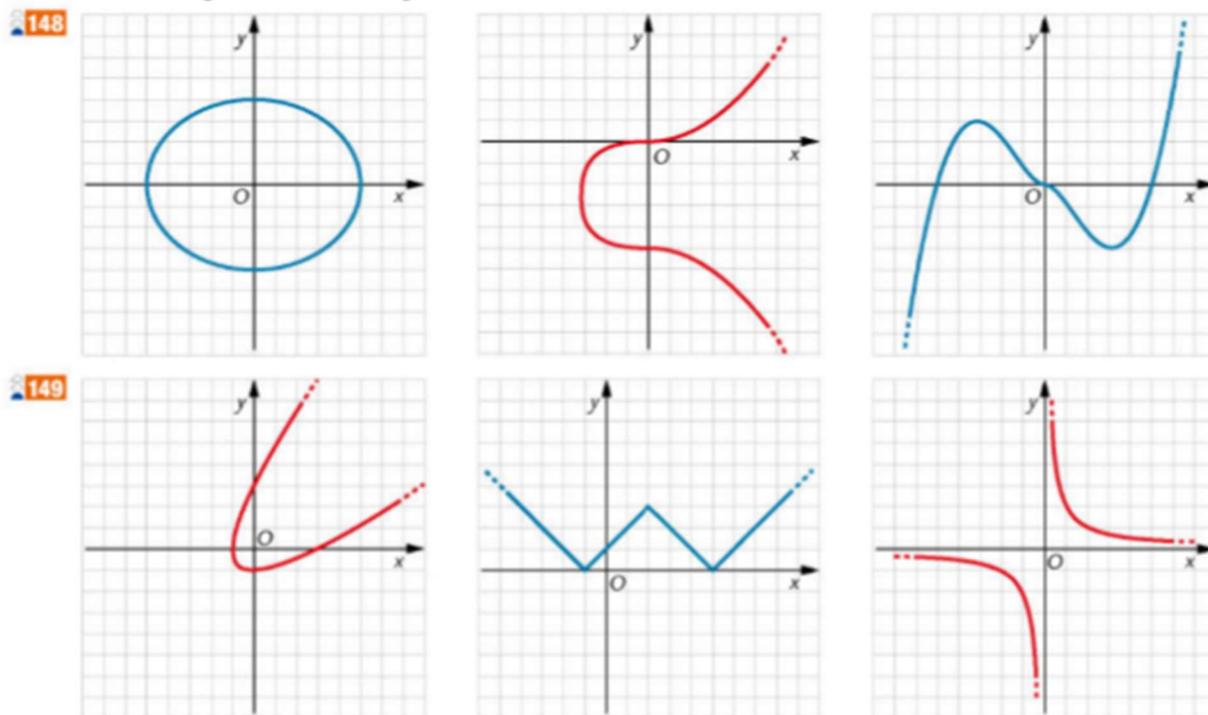
ESERCIZI LEZIONE 07 NOVEMBRE 2025

FUNZIONI

2 Stabilisci se le relazioni rappresentate dai seguenti diagrammi a frecce rappresentano *funzioni* da A a B , giustificando la risposta.



Stabilisci se le seguenti curve sono grafici di funzioni.



Determina il dominio delle seguenti funzioni razionali intere e frazionarie.

- | | | |
|--|---|---|
| 36 $y = x^2 - 5$ | 42 $y = \frac{x+3}{x^2+6x+5}$ | $[\mathbb{R} - \{-5, -1\}]$ |
| 37 $y = \frac{3x+1}{2x-6}$ | 43 $y = \frac{x-1}{x^2+2x+4}$ | $[\mathbb{R}]$ |
| 38 $y = \frac{7x+2}{(x-3)(x+1)}$ | 44 $y = \frac{1}{3x^2-5x+2}$ | $\left[\mathbb{R} - \left\{\frac{2}{3}, 1\right\}\right]$ |
| 39 $y = \frac{5x-2}{x^2-16}$ | 45 $y = \frac{1}{(x+3)^2-100} + \frac{1}{(x+3)^2+100}$ | $[\mathbb{R} - \{-13, 7\}]$ |
| 40 $y = \frac{x}{x+4} + \frac{1}{2x+6}$ | 46 $y = \frac{1}{x^3-25x}$ | $[\mathbb{R} - \{0, \pm 5\}]$ |

Per ciascuna delle seguenti funzioni, determina il valore indicato a fianco.

- 10** $f(x) = x^2 - 3x - 1$ $f(-3)$ [17] **14** $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x-1}}$ $f(2)$ $[\sqrt{2} + 1]$
11 $f(x) = x^4 - x^2 - 1$ $f(-\sqrt{2})$ [1] **15** $f(x) = \frac{x - \sqrt{x+1}}{x + \sqrt{x+1}}$ $f(1)$ $[2\sqrt{2} - 3]$
12 $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x-1}}$ $f(101)$ $[\frac{1}{10}]$ **16** $f(x) = x^{\frac{1}{2}} - x^{-\frac{1}{2}}$ $f(64)$ $[\frac{1}{16}]$
13 $f(x) = \frac{x+2}{x+1}$ $f(-\frac{3}{2})$ [-1] **17** $f(x) = x^{\frac{1}{2}} - x^{-\frac{1}{2}}$ $f(16)$ $[\frac{31}{4}]$

- 18** Considera la funzione $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{x^2+2} & \text{se } x \leq 2 \\ \sqrt{x^2+x+1} & \text{se } x > 2 \end{cases}$. Determina $f(-\sqrt{2}), f(0), f(\sqrt{2}), f(2), f(3)$.
 $[f(-\sqrt{2}) = \frac{1}{2}, f(0) = 0, f(\sqrt{2}) = \frac{1}{2}, f(2) = \frac{2}{3}, f(3) = \sqrt{13}]$

- 19** Considera la funzione $f(x) = \begin{cases} \frac{x\sqrt{x}}{x-2} & x < 2 \\ (x^2-2)^2 & x \geq 2 \end{cases}$. Determina $f(-8), f(-1), f(0), f(2), f(3)$.
 $[-\frac{8}{5}, -\frac{1}{3}, 0, 4, 49]$

- 20** Data la funzione $f(x) = x^2 - 5$, quali sono le controimmagini di 20? [-5, 5]

- 21** Considera la funzione $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ definita da $f(x) = x^2 + x$. Qual è la controimmagine di 20? [4]

- 22** Data la funzione $f(x) = x^2 - 2x$, quali sono le controimmagini di 6? $[1 \pm \sqrt{7}]$

- 23** Data la funzione $f(x) = \frac{x^2 - 2x}{x+2}$, quali sono le controimmagini di 0? E di 2? $[0, 2, 2 \pm 2\sqrt{2}]$

- 24** Data la funzione $f(x) = |x+2|$, quali sono le controimmagini di 5? [-7, 3]

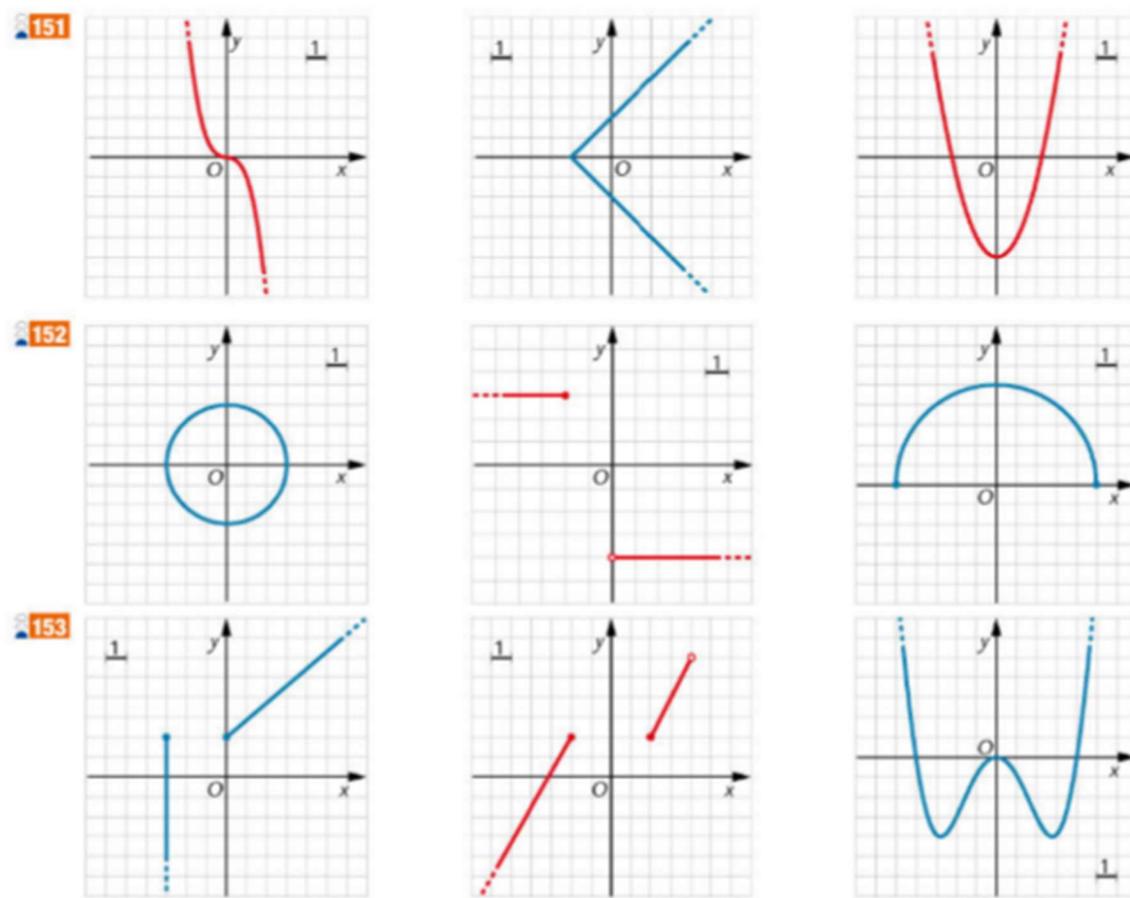
Determina il dominio delle seguenti funzioni irrazionali.

- 49** $y = \sqrt{2x-16}$ $[x \geq 8]$ **62** $y = \frac{\sqrt{5x-x^2}}{x-3}$ $[0 \leq x \leq 5 \wedge x \neq 3]$
50 $y = \sqrt[3]{x-2}$ $[\mathbb{R}]$ **63** $y = \sqrt{x^2+2x-15} + \sqrt{x-4}$ $[x \geq 4]$
51 $y = \sqrt{x-3} + \sqrt{5-x}$ $[3 \leq x \leq 5]$ **64** $y = \sqrt{10x-x^2} + \sqrt{x^2-9}$ $[3 \leq x \leq 10]$
52 $y = \sqrt{\frac{x+1}{2} - \frac{1}{3}}$ $[x \geq -\frac{1}{3}]$ **65** $y = \sqrt[3]{x} + \frac{x}{\sqrt{x-1}}$ $[0 \leq x < 1 \vee x > 1]$
53 $y = \sqrt{4x^2+2x}$ $[x \leq -\frac{1}{2} \vee x \geq 0]$ **66** $y = \sqrt{\frac{9-x^2}{2x+1}} + \sqrt{\frac{x-1}{x^2+2}}$ $[x \leq -3 \vee -\frac{1}{2} < x \leq 3]$
54 $y = \sqrt{25-x^2}$ $[-5 \leq x \leq 5]$ **67** $y = \frac{x^4-1}{\sqrt{-2x^2+x+1}}$ $[-\frac{1}{2} < x < 1]$
55 $y = \sqrt{x^2+2x-15}$ $[x \leq -5 \vee x \geq 3]$ **68** $y = \frac{\sqrt{x-1}}{x^2+4x-12}$ $[x \geq 1 \wedge x \neq 2]$
56 $y = \sqrt{3-2x-x^2}$ $[-3 \leq x \leq 1]$ **69** $y = \sqrt{(x-1)^2-9} + 1$ $[x \leq -2 \vee x \geq 4]$
57 $y = \sqrt{2x^2-3x-2} + 4x$ $[x \leq -\frac{1}{2} \vee x \geq 2]$

Determina l'immagine delle seguenti funzioni.

- | | | | |
|------------------------------------|--|---|---------------|
| 134 $y = 2x - 1$ | [R] | 141 $y = \sqrt{x^2 + 1} - x$ | $[y > 0]$ |
| 135 $y = x^2 - 4x + 1$ | $[y \geq -3]$ | 142 $y = \sqrt{x^2 - 4} - 1$ | $[y \geq -1]$ |
| 136 $y = \frac{2x}{x-1}$ | [R - {2}] | 143 $y = \sqrt{x^2 + 1}$ | $[y \geq 1]$ |
| 137 $y = \frac{x}{x^2 + 1}$ | $[-\frac{1}{2} \leq y \leq \frac{1}{2}]$ | 144 $y = \sqrt{\frac{x-1}{x-2}}$ | $[y \neq 1]$ |
| 138 $y = x^4 - 4x^2$ | | | |

Stabilisci se le seguenti curve sono grafici di funzioni e, in caso affermativo, determina il dominio e l'immagine.



Traccia approssimativamente il grafico di ciascuna delle seguenti funzioni, stabilendo il dominio e l'insieme immagine.

- | | | | |
|-----------------------------------|------------------------------------|------------------------------------|----------------------------------|
| 161 $y = 2x - 2$ | 167 $y = x^3$ | 173 $y = -\frac{2}{3}x + 1$ | 179 $y = \frac{1}{2}x^3$ |
| 162 $y = \frac{1}{2}x + 1$ | 168 $y = -\frac{1}{2}x^2$ | 174 $y = 2\sqrt{x}$ | 180 $y = -2x + 3$ |
| 163 $y = -x^2$ | 169 $y = -\frac{3}{2}x + 2$ | 175 $y = x^2 - 4x$ | 181 $y = \sqrt{x^2 + 1}$ |
| 164 $y = -\frac{6}{x}$ | 170 $y = 3x - 4$ | 176 $y = \frac{8}{x}$ | 182 $y = -2x^2 + 3$ |
| 165 $y = \frac{3}{2}x - 3$ | 171 $y = \frac{1}{2}x^3$ | 177 $y = -\frac{1}{4}x^3$ | 183 $y = -\frac{1}{2}x^2$ |
| 166 $y = x^2 - 4$ | 172 $y = -4x + 3$ | 178 $y = 3 - x^2$ | 184 $y = \sqrt[3]{x}$ |

- 187 Determina k in modo che il grafico della funzione $y = kx^2 - x + k - 1$ passi per il punto $(-\frac{1}{2}, 0)$. $[k = \frac{2}{5}]$
- 188 Determina b e c in modo che il grafico della funzione $y = x^2 + bx + c$ passi per l'origine e per il punto $(-1, 2)$. $[b = -1, c = 0]$
- 189 Determina b e c in modo che il grafico della funzione $y = x^2 + bx + c$ passi per i punti di coordinate $(0, 2)$ e $(4, 0)$. $[b = -\frac{9}{2}, c = 2]$
- 190 Determina a , b e c in modo che la funzione $y = \frac{ax+1}{bx+c}$ abbia come dominio l'insieme $\mathbb{R} - \{2\}$ e il suo grafico passi per i punti di coordinate $(1, 12)$ e $(0, 2)$. $[a = 2, b = -\frac{1}{4}, c = \frac{1}{2}]$

SEGNO DI UNA FUNZIONE

Studia il segno e gli zeri di ciascuna delle seguenti funzioni, dopo averne determinato il dominio, e indica la parte del piano alla quale appartiene il suo grafico.

- 218 $y = -x^2 + 3x$ $[D = \mathbb{R};$ intersezioni con gli assi: $(0, 0), (3, 0); y > 0$ per $0 < x < 3]$
- 219 $y = x^2 + 5x - 6$ $[D = \mathbb{R};$ intersezioni con gli assi: $(-6, 0), (1, 0), (0, -6); y > 0$ per $x < -6 \vee x > 1]$
- 220 $y = x^3 - 25x$ $[D = \mathbb{R};$ intersezioni con gli assi: $(0, 0), (\pm 5, 0); y > 0$ per $-5 < x < 0 \vee x > 5]$
- 221 $y = x^5 - x^3$ $[D = \mathbb{R}; y > 0$ per $-1 < x < 0 \vee x > 1; y = 0$ per $x = 0 \vee x = \pm 1; y < 0$ per $x < -1 \vee 0 < x < 1]$
- 222 $y = x^3 + 10x^2 - 11x$ $[D = \mathbb{R}; y > 0$ per $-11 < x < 0 \vee x > 1; y = 0$ per $x = -11 \vee x = 0 \vee x = 1; y < 0$ per $x < -11 \vee 0 < x < 1]$
- 223 $y = (-x^2 + 3x - 2)(2x - 1)$
 $[D = \mathbb{R}; y > 0$ per $x < \frac{1}{2} \vee 1 < x < 2, y = 0$ per $x = \frac{1}{2} \vee x = 1 \vee x = 2; y < 0$ per $\frac{1}{2} < x < 1 \vee x > 2]$
- 224 $y = \frac{3x}{5-x}$ $[D = \mathbb{R} - \{5\}; y > 0$ per $0 < x < 5; y = 0$ per $x = 0; y < 0$ per $x < 0 \vee x > 5]$
- 225 $y = \frac{x^2 - 25}{4-x}$ $[D = \mathbb{R} - \{4\}; y > 0$ per $x < -5 \vee 4 < x < 5; y = 0$ per $x = \pm 5; y < 0$ per $-5 < x < 4 \vee x > 5]$
- 226 $y = \frac{x-6}{4x-2x^2}$ $[D = \mathbb{R} - \{0, 2\}; y > 0$ per $x < 0 \vee 2 < x < 6; y = 0$ per $x = 6; y < 0$ per $0 < x < 2 \vee x > 6]$
- 227 $y = \frac{x^2}{x^2-1}$ $[D = \mathbb{R} - \{\pm 1\}; y > 0$ per $x < -1 \vee x > 1; y = 0$ per $x = 0; y < 0$ per $-1 < x < 1, \text{ con } x \neq 0]$
- 228 $y = \frac{x^2-1}{2x^2+3x-5}$ $[D = \mathbb{R} - \{-\frac{5}{2}, 1\}; y > 0$ per $x < -\frac{5}{2} \vee -1 < x < 1 \vee x > 1; y = 0$ per $x = -1; y < 0$ per $-\frac{5}{2} < x < -1]$
- 229 $y = \frac{x^3+x^2}{2x^2+x-3}$ $[D = \mathbb{R} - \{-\frac{3}{2}, 1\}; y > 0$ per $-\frac{3}{2} < x < -1 \vee x > 1; y = 0$ per $x = -1 \vee x = 0; y < 0$ per $x < -\frac{3}{2} \vee -1 < x < 0 \vee 0 < x < 1]$
- 230 $y = \frac{4x-2x^2}{x^3-1}$ $[D = \mathbb{R} - \{1\}; y > 0$ per $x < 0 \vee 1 < x < 2, y = 0$ per $x = 0 \vee x = 2; y < 0$ per $0 < x < 1 \vee x > 2]$
- 231 $y = |2x^2 - 8x|$ $[D = \mathbb{R}; y > 0$ per $x \in \mathbb{R} - \{0, 4\}; y = 0$ per $x = 0 \vee x = 4; y < 0$ per nessuna $x \in D]$
- 232 $y = \sqrt[3]{x^3 - x}$ $[D = \mathbb{R}; y > 0$ per $-1 < x < 0 \vee x > 1; y = 0$ per $x = 0 \vee x = \pm 1; y < 0$ per $x < -1 \vee 0 < x < 1]$
- 233 $y = \sqrt{-x^2 + 7x - 6}$ $[D = [1, 6]; y > 0$ per $1 < x < 6; y = 0$ per $x = 1 \vee x = 6; y < 0$ per nessun $x \in D]$
- 234 $y = \frac{\sqrt{x}}{5-x}$ $[D = [0, 5) \cup (5, +\infty); y > 0$ per $0 \leq x < 5; y = 0$ per $x = 0; y < 0$ per $x > 5]$
- 235 $y = \frac{\sqrt{x^2-1}}{x+2}$ $[D = (-\infty, -2) \cup (-2, -1) \cup [1, +\infty); y > 0$ per $-2 < x < -1 \vee x > 1; y = 0$ per $x = \pm 1; y < 0$ per $x < -2]$

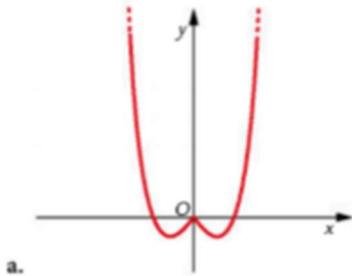
SIMMETRIE DI UNA FUNZIONE

Funzioni pari e funzioni dispari

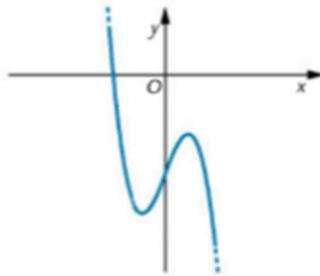
Interpretare grafici

Stabilisci se le funzioni aventi i seguenti grafici sono pari, dispari o né pari né dispari.

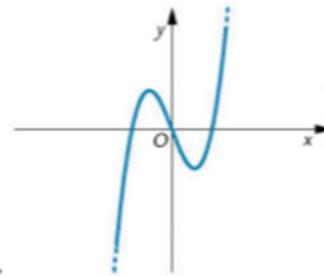
250



a.

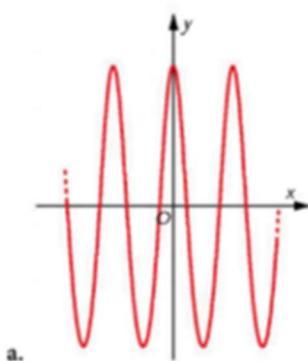


b.

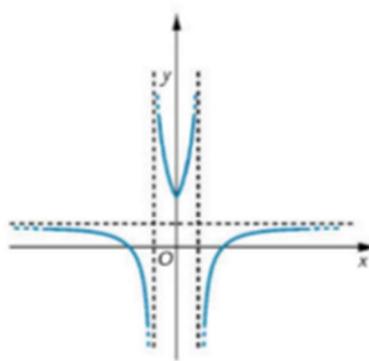


c.

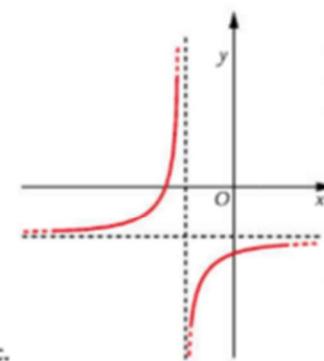
251



a.



b.



c.

Stabilisci se le seguenti funzioni, di cui è data l'equazione, sono pari o dispari o né pari né dispari.

252 $y = 3x^5$

[Dispari]

259 $y = \frac{2x}{x^4 - 1}$

253 $y = 3x^6 - 2x^4$

260 $y = \frac{3x^3}{|x| + 1}$

[Dispari]

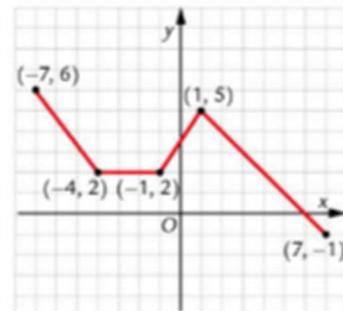
254 E se? $y = -2x^2 - 3$

Funzioni crescenti e funzioni decrescenti

272 Vero o falso? In riferimento al grafico qui a fianco, stabilisci se le seguenti affermazioni sono vere o false.

- la funzione è strettamente crescente nell'intervallo $[-7, -4]$
- la funzione è costante nell'intervallo $[-4, -1]$
- la funzione è strettamente crescente nell'intervallo $[-1, 1]$
- la funzione è strettamente decrescente nell'intervallo $[1, 7]$
- la funzione è strettamente crescente nell'intervallo $[-1, 7]$
- la funzione è crescente in senso lato nell'intervallo $[-4, 1]$
- la funzione è strettamente decrescente nell'intervallo $[-7, -1]$

- V F
 V F
 V F
 V F
 V F
 V F
 V F

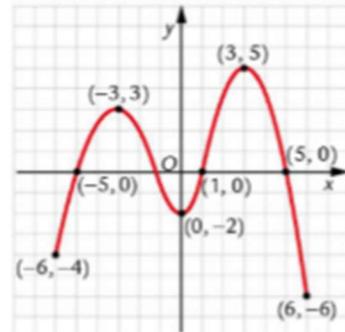


Esercizi riassuntivi: le prime proprietà delle funzioni reali di variabile reale

Interpretare grafici

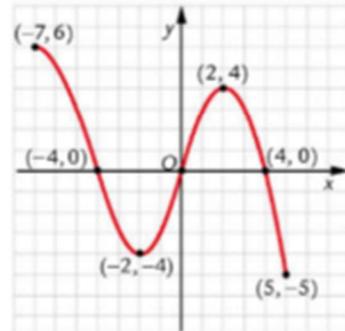
285 In riferimento al grafico della funzione f , rispondi alle seguenti domande.

- Quanto vale $f(0)$? E $f(6)$? $f(-2)$ è positivo o negativo?
- Qual è il dominio della funzione f ?
- Qual è l'immagine della funzione f ?
- Quanti sono gli zeri della funzione f ?
- Quante soluzioni ha l'equazione $f(x) = -5$?
- Quante soluzioni ha l'equazione $f(x) = -1$?
- In quali intervalli la funzione f è crescente in senso stretto?
- In quali intervalli la funzione f è decrescente in senso stretto?
- La funzione f è pari? È dispari?



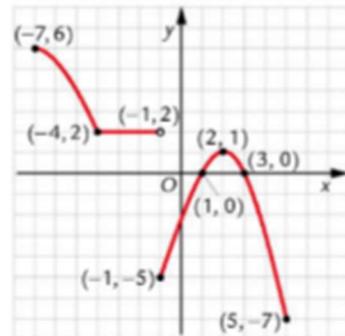
286 In riferimento al grafico della funzione f , rispondi alle seguenti domande.

- Quanto vale $f(-2)$? E $f(4)$? $f(-1)$ è positivo o negativo?
- Qual è il dominio della funzione f ?
- Qual è l'immagine della funzione f ?
- Quali sono gli zeri della funzione f ?
- Quante soluzioni ha l'equazione $f(x) = -5$?
- Quante soluzioni ha l'equazione $f(x) = 7$?
- In quale intervallo la funzione f è crescente in senso stretto?
- In quali intervalli la funzione f è decrescente in senso stretto?
- La funzione f è pari? È dispari?



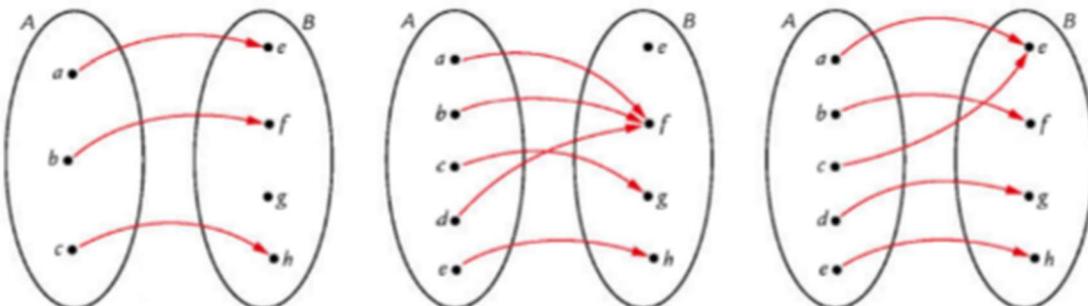
287 In riferimento al grafico della funzione f , rispondi alle seguenti domande.

- Quanto vale $f(1)$? E $f(-1)$?
- $f(0)$ è positivo o negativo?
- Qual è il dominio della funzione f ?
- Qual è l'immagine della funzione f ?
- Quali sono gli zeri della funzione f ?
- Quante soluzioni ha l'equazione $f(x) = 2$?
- Quante soluzioni ha l'equazione $f(x) = -2$?
- In quale intervallo la funzione f è crescente in senso stretto?
- In quale intervallo la funzione f è decrescente in senso stretto?
- Ci sono intervalli in cui la funzione f è costante? E in cui f è crescente in senso lato? E in cui f è decrescente in senso lato?



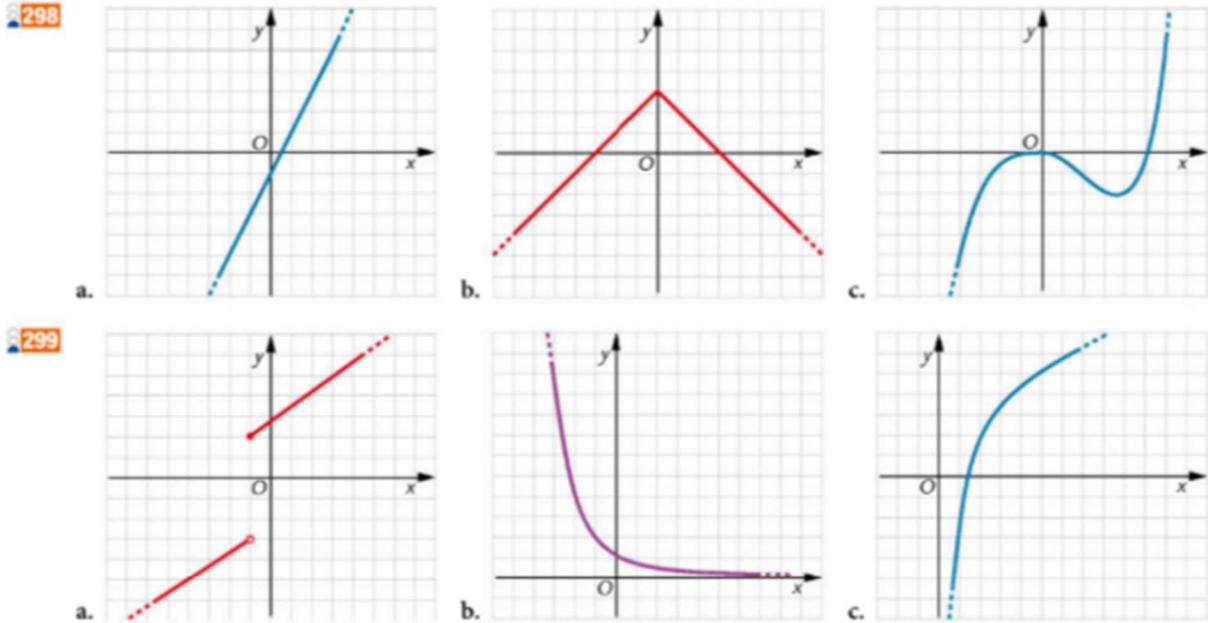
FUNZIONI INIETTIVE SURIETTIVE

294 Stabilisci se ciascuna delle funzioni da A a B rappresentate è iniettiva, suriettiva o biiettiva.



Riconoscere se una funzione numerica è iniettiva, suriettiva o biiettiva

Interpretare grafici Riconosci dai rispettivi grafici le funzioni iniettive, suriettive e biiettive. Il tratteggio agli estremi del grafico indica che esso prosegue indefinitamente e con lo stesso tipo di andamento.



Traccia il grafico delle seguenti funzioni. Stabilisci quindi se ciascuna di esse è iniettiva, suriettiva o biiettiva.

301 $f(x) = 2x - 1$

306 $f(x) = x^2 - 2x$

302 $f(x) = 2 - x$

307 $f(x) = -\sqrt[3]{x}$

303 $f(x) = \frac{1}{2}x^2$

308 $f(x) = |x + 2|$

304 $f(x) = -x^2$

309 $f(x) = x|x|$

FUNZIONI COMPOSTE

Determina l'espressione analitica di $f \circ g$ e di $g \circ f$, specificando il dominio di ciascuna funzione composta (nelle risposte sono riportate solo le espressioni analitiche delle due funzioni).

316 $f(x) = 2x + 1$

$g(x) = 2x$

$[(f \circ g)(x) = 4x + 1; (g \circ f)(x) = 4x + 2]$

317 $f(x) = 2x$

$g(x) = \frac{1}{4}x - 1$

$[(f \circ g)(x) = \frac{1}{2}x - 2; (g \circ f)(x) = \frac{1}{2}x - 1]$

318 $f(x) = x - 1$

$g(x) = x^2 + 4$

$[(f \circ g)(x) = x^2 + 3; (g \circ f)(x) = x^2 - 2x + 5]$

319 $f(x) = x^2 + 4$

$g(x) = 3x - 2$

$[(f \circ g)(x) = 9x^2 - 12x + 8; (g \circ f)(x) = 3x^2 + 10]$

320 $f(x) = x^2 + x$

$g(x) = x^2$

$[(f \circ g)(x) = x^4 + x^2; (g \circ f)(x) = x^4 + 2x^3 + x^2]$

321 $f(x) = (x - 1)^2$

$g(x) = x + 1$

$[(f \circ g)(x) = x^2; (g \circ f)(x) = x^2 - 2x + 2]$

322 $f(x) = 2x - 1$

$g(x) = \sqrt{x - 2}$

$[(f \circ g)(x) = 2\sqrt{x - 2} - 1; (g \circ f)(x) = \sqrt{2x - 3}]$

323 $f(x) = \frac{2}{x + 1}$

$g(x) = 2x$

$[(f \circ g)(x) = \frac{2}{2x + 1}; (g \circ f)(x) = \frac{4}{x + 1}]$

324 $f(x) = \frac{5}{x - 3}$

$g(x) = \frac{2}{x}$

$[(f \circ g)(x) = \frac{5x}{2 - 3x}; (g \circ f)(x) = \frac{2}{5}x - \frac{6}{5}]$

FUNZIONI INVERSE

Verifica che le seguenti funzioni sono invertibili e determina l'espressione analitica della funzione inversa.

350 $f(x) = 1 - 3x$	$[f^{-1}(x) = \frac{1-x}{3}]$	357 $f(x) = \frac{1}{x-2} - 3$	$[f^{-1}(x) = \frac{2x+7}{x+3}]$
351 $f(x) = 4x - 2$	$[f^{-1}(x) = \frac{1}{4}x + \frac{1}{2}]$	358 $f(x) = \frac{2-x}{x}$	$[f^{-1}(x) = \frac{2}{x+1}]$
352 $f(x) = x^3 - 1$	$[f^{-1}(x) = \sqrt[3]{x+1}]$	359 $f(x) = \frac{2x-1}{x+1} + 1$	$[f^{-1}(x) = \frac{x}{3-x}]$
353 $f(x) = \sqrt[3]{x+1}$	$[f^{-1}(x) = x^3 - 1]$	360 $f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x}} - 2$	$[f^{-1}(x) = \frac{1}{(x+2)^3}]$
354 $f(x) = x^3 - 2$	$[f^{-1}(x) = \sqrt[3]{x+2}]$	361 $f(x) = \frac{1}{2\sqrt[3]{x+1}}$	$[f^{-1}(x) = \frac{1}{8x^3} - 1]$
355 $f(x) = \frac{1}{1-x^3}$	$[f^{-1}(x) = \sqrt[3]{1-\frac{1}{x}}]$	362 $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x-1}}$	$[f^{-1}(x) = \frac{1}{x^2} + 1, \text{ con } x > 0]$
356 $f(x) = \frac{4}{x+2}$	$[f^{-1}(x) = \frac{4}{x} - 2]$	363 $f(x) = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+2}$	$[f^{-1}(x) = \left(\frac{1-2x}{x-1}\right)^2, \text{ con } \frac{1}{2} \leq x < 1]$

EQUAZIONI ESPONENZIALI

24 $5^{2-x} = \frac{1}{125}$	[5]	37 $3^{x+1} \cdot \sqrt{3} = \frac{1}{\sqrt[3]{3}}$	$[-\frac{11}{6}]$
25 $3^{2x} = \frac{1}{9}$	[-1]	38 $e^{\frac{x+1}{2}} = 1$	[1]
26 $3 \cdot 9^x = \frac{1}{81}$	$[-\frac{5}{2}]$	39 $e^{\frac{1}{x}} = \sqrt{e}$	[2]
27 $25^{2-x} = 125$	$[\frac{1}{2}]$	40 $5^{\frac{x+2}{2}} = \sqrt{5}$	[3]
28 $3^{x-1} = \frac{1}{9}$	[-1]	41 $\frac{1}{3^x} = 9\sqrt{3}$	$[-\frac{5}{2}]$
29 $(5)^{x^2} = \sqrt{5}$	$[\pm\frac{\sqrt{2}}{2}]$	42 $8^{2x} = \frac{2^3\sqrt{2}}{\sqrt[3]{2}}$	$[\frac{19}{36}]$
30 $2^{x+2} = \sqrt[3]{2}$	$[-\frac{5}{3}]$	43 $(0,25)^{\frac{x+1}{2}} = \sqrt{2}$	$[\frac{4}{5}]$
31 $(5^x)^2 = \sqrt{5}$	$[\frac{1}{4}]$	44 $8^{x^2-2x} = \frac{1}{2}$	$[\frac{3 \pm \sqrt{6}}{3}]$
32 $3^{x+1} = \frac{1}{9}$	[-3]	45 $2^{5-x^2} = 8$	$[\pm\sqrt{2}]$
		46 $\left(\frac{1}{2}\right)^{x-x^2} = 4$	[-1, 2]

Risolvi le seguenti equazioni riconducendoti alla forma $a^{f(x)} = a^{g(x)}$.

54 $(6^x \cdot 6^{x-1}) : 6^{x+2} = 36^x$	[-3]	63 $2^{x-1} \cdot 2^{x+1} = \frac{1}{\sqrt[3]{2}}$	$[-\frac{1}{6}]$
55 $(2^x \cdot 2^{x+3}) : 8 = 16^x$	$[-\frac{1}{2}]$	64 $\sqrt[3]{8^x} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{-x} \cdot \sqrt{16^x} = \frac{1}{16}$	$[-\frac{8}{7}]$
56 $5^{x-1} = \left(\frac{1}{25}\right)^{3-x}$	[5]	65 $\left(\frac{1}{8}\right)^{-x} : 2^x \cdot \sqrt{2^{x-1}} = \sqrt[3]{16}$	$[\frac{11}{15}]$
57 $\left[\left(\frac{2}{3}\right)^{x-1}\right]^{x+1} = \left(\frac{4}{9}\right)^{2x+2}$	[-1, 5]	66 $\frac{\sqrt[3]{5^x \cdot 5^{2-x}}}{\sqrt{5^{x+1}}} = 25\sqrt[3]{5}$	$[-\frac{13}{3}]$
58 $\sqrt{2^x} \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{2^{2-x}}} = \sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{2}$	$[\frac{9}{5}]$		$[3 \pm \sqrt{2}]$

Risolvi le seguenti equazioni, applicando anche opportune sostituzioni

79 $2^x + 2^{x+2} = 20$	[2]	93 $e^{2x} - 6e^x + 5 = 0$	[0, ln 5]
80 $25 \cdot 5^{x-2} + 5^{x+1} = 6$	[0]	94 $e^x + e^{-x} = \frac{5}{2}$	[± ln 2]
81 $2^{x+3} - 2^{x+2} + 2^x = \frac{5}{8}$	[-3]	95 $2^{2x+2} - 33 \cdot 2^x = -8$	[-2, 3]
82 $3^{x-1} + 3^x = 12$	[2]	96 $10^{2x} - 110 \cdot 10^x + 1000 = 0$	[1, 2]
83 $3^{x+2} - 3^{x+1} = 2$	[-1]	97 $(2^x - 4)^2 = 16$	[3]
84 $\frac{e^x}{e^x - 1} = 2$	[ln 2]	98 $9^x - 3^{x-1} = 3^{x+1} - 1$	[-1, 1]
85 $2^{2x} - 7 \cdot 2^x - 8 = 0$	[3]	99 $4^{x+1} + 2^{x+2} - 2^x - 1 = 0$	[-2]

DISEQUAZIONI ESPONENZIALI

Risolvi le seguenti disequazioni esponenziali riconducibili alla forma $a^{f(x)} < a^{g(x)}$ o analoghe.

269 $e^{2x} \leq 2$	$\left[x \leq \frac{1}{2} \ln 2 \right]$	274 $2^{-x} \cdot \sqrt{2} \leq 1$	$\left[x \geq \frac{1}{2} \right]$	279 $5^{2x} \leq \left(\frac{1}{25} \right)^{x-3}$	$\left[x \leq \frac{3}{2} \right]$
270 $2 \left(\frac{1}{4} \right)^x > 1$	$\left[x < \frac{1}{2} \right]$	275 $3^x \cdot 81 \geq 3^{2-x}$	$[x \geq -1]$	280 $2^{x+3} \geq \frac{16}{2^{x-2}}$	$\left[x \geq \frac{3}{2} \right]$
271 $2^{3x-1} > 4$	$[x > 1]$	276 $\sqrt[3]{\left(\frac{1}{4} \right)^x} > \frac{1}{16}$	$[x < 8]$	281 $\frac{5^x}{2\sqrt{2}} < \frac{2^{x-1}}{\sqrt{5}}$	$\left[x < -\frac{1}{2} \right]$
272 $4^x - 2^{x+3} > 0$	$[x > 3]$	277 $\left(\frac{1}{2} \right)^x \cdot 4^{2x} < \sqrt{2}$	$\left[x < \frac{1}{6} \right]$	282 $\left(\frac{3}{2} \right)^{x^2-7} \geq \frac{9}{4}$	$[x \leq -3 \vee x \geq 3]$
273 $\left(\frac{1}{2} \right)^{3-x} - \frac{1}{4} > 0$	$[x > 1]$	278 $3^{x^2-1} + \frac{1}{3} \geq 0$	$[\forall x \in \mathbb{R}]$	283 $\left(\frac{4}{3} \right)^{x^2+2} - \frac{3}{4} \geq 0$	$[\forall x \in \mathbb{R}]$

Risolvi le seguenti disequazioni ricorrendo a opportune incognite ausiliarie.

299 $3^{x+2} - 3 \cdot 3^x < 2$	$[x < -1]$	315 $1 \geq (4^{-x} - 3)^2$	$\left[-1 \leq x \leq -\frac{1}{2} \right]$
300 $2^{x+2} + 2^{x+1} + 2^x > 14$	$[x > 1]$	316 $\left(\frac{1}{4} \right)^x - 5 \cdot 2^{-x} + 4 \geq 0$	$[x \leq -2 \vee x \geq 0]$
301 $5^{2x} - 6 \cdot 5^x + 5 < 0$	$[0 < x < 1]$	317 $3^x + \left(\frac{1}{3} \right)^x \leq \frac{10}{3}$	$[-1 \leq x \leq 1]$
302 $3^{2x} - 3^x \geq 6$	$[x \geq 1]$	318 $\frac{e^x}{e^x - 2} \leq 2$	$[x < \ln 2 \vee x \geq 2 \ln 2]$
303 $4^x - 5 \cdot 2^x > 24$	$[x > 3]$	319 $\sqrt[3]{9^x} - \sqrt[3]{3^x} \geq 6$	$[x \geq 3]$
304 $4 \cdot 3^{2x} - 3^{x+1} - 1 > 0$	$[x > 0]$	320 $\left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{x}{2}} \leq 2^{-x} - 2$	$[x \leq -2]$
305 $2^{2x+1} + 7 \cdot 2^x - 4 \leq 0$	$[x \leq -1]$		

Risolvi le seguenti disequazioni esponenziali prodotto o frazionarie.

329 $\left(2x^2 - \frac{1}{2}x \right) e^{-x} \geq 0$	$\left[x \leq 0 \vee x \geq \frac{1}{4} \right]$	336 $\frac{4^{2x-3} - 8^x}{5^x - \sqrt{5}} \leq 0$	$\left[\frac{1}{2} < x \leq 6 \right]$
330 $\frac{2^x - 1}{8 - 4^x} \geq 0$	$\left[0 \leq x < \frac{3}{2} \right]$	337 $\frac{3^x - 27}{\left(\frac{1}{2} \right)^x - \sqrt[3]{2}} \leq 0$	$\left[x < -\frac{1}{3} \vee x \geq 3 \right]$
331 $\frac{e^{-3x} - \sqrt{e^{2x-1}}}{e^{2x}} > 0$	$\left[x < \frac{1}{8} \right]$		

EQUAZIONI LOGARITMICHE

Risolvi le seguenti equazioni riconducibili alla forma $\log_a f(x) = b$.

460 $\log(x-2) = 2$	[102]	472 $\log_{\frac{1}{2}}(3-x) + 3 = 0$	[-5]
461 $\ln(2x-3) = 0$	[2]	473 $\ln \frac{2x+3}{x-2} = 0$	[-5]
462 $\log(2x+7) = 1$	$\left[\frac{3}{2}\right]$	474 $\log \frac{x-1}{x+1} = -1$	$\left[\frac{11}{9}\right]$
463 $\log_2(x-1) = -2$	$\left[\frac{5}{4}\right]$	475 $\log(3x^2+7x) = 1$	$\left[-\frac{10}{3}, 1\right]$
464 $2\log_4(10-x) = 3$	[2]	476 $\log_2(x^2+x) - 1 = 0$	[-2, 1]

Risolvi le seguenti equazioni, applicando le proprietà dei logaritmi.

492 $\log x + \log(x-2) = 1$	$[1 + \sqrt{11}]$	506 $\frac{1}{2} \log_2 x - \log_2(x-1) = 1$	$\left[\frac{9 + \sqrt{17}}{8}\right]$
493 $\log_2 x - \log_2(x-1) = 2$	$\left[\frac{4}{3}\right]$	507 $\log(1-x) + \log(1+x) = 2 \log(-x)$	$\left[-\frac{\sqrt{2}}{2}\right]$
494 $2 \log_2 x - \log_2(2x-4) = 0$	[Impossibile]	508 $\log_2(1-x) + \log_2(-2x) - 2 = 0$	[-1]
495 $\log_3(x-4) + \log_3(x+4) - 2 = 0$	[5]	509 $\log_3 x + 4 \log_9 x = 6$	[9]
496 $\log_2 x + \log_2(x+2) = 3$	[2]	510 $1 + \log_4 x + \log_{\frac{1}{2}} x = \log_3 x + \log_9 x$	$[\sqrt[3]{9}]$
527 $\log^3 x - \log x = 0$	$\left[\frac{1}{10}, 1, 10\right]$	$\ln x - 2 \ln x - 1$
528 $\log_2^2 x + 3 \log_2 \sqrt{x} = 1$	$\left[\frac{1}{4}, \sqrt{2}\right]$	532 $\ln^3 x - \ln^2 x - 9 \ln x + 9 = 0$	$[e^{-3}, e, e^3]$
529 $\log x^2 + \frac{1}{\log x} = 3$	$[\sqrt{10}, 10]$	533 $\log_2^2 \sqrt{x} = 2 \log_3 \sqrt[3]{x}$	$[1, 9\sqrt[3]{9}]$
		534 $\frac{1}{\log_2^2 x - 1} + \frac{1}{\log_2 x + 1} = \frac{1}{1 - \log_2 x}$	$\left[\frac{\sqrt{2}}{2}\right]$

DISEQUAZIONI LOGARITMICHE

Risolvi le seguenti disequazioni logaritmiche elementari riconducibili alla forma $\log_a f(x) < b$ o analoghe.

612 $\log(x-4) < 1$	$[4 < x < 14]$	625 $\log_2(x^2-2x) \geq 1$	$[x \leq 1 - \sqrt{3} \vee x \geq 1 + \sqrt{3}]$
613 $\log(x-1) \leq 0$	$[1 < x \leq 2]$	626 $\log_5(3x^2+2x) - 1 \geq 0$	$\left[x \leq -\frac{5}{3} \vee x \geq 1\right]$
614 $\log_2(x+3) \leq 2$	$[-3 < x \leq 1]$	627 $\log_{\frac{1}{5}}(6x-8-x^2) > 0$	$[2 < x < 3 \vee 3 < x < 4]$
615 $\log_4(6-x) - 1 \geq 0$	$[x \leq 2]$	628 $\log(2x^2-5x+3) < 0$	$\left[\frac{1}{2} < x < 1 \vee \frac{3}{2} < x < 2\right]$
616 $\log_{100} \frac{x}{2} \leq -\frac{1}{2}$	$\left[0 < x \leq \frac{1}{5}\right]$	629 $\ln \frac{x-1}{x+1} < 1$	$\left[x < \frac{e+1}{1-e} \vee x > 1\right]$
617 $\ln(-x) \leq 1$	$[-e \leq x < 0]$	630 $\log_3 \frac{x}{3-x} \geq 1$	$\left[\frac{9}{4} \leq x < 3\right]$
618 $\log_2(x-2) < 3$	$[2 < x < 10]$		

Risolvi le seguenti disequazioni, richiamando le proprietà dei logaritmi.

640	$\log x \geq 1 + \log x^2$	$\left[0 < x \leq \frac{1}{10}\right]$	656	$\log(x-1) - \log(3+2x-x^2) \leq \log(2-x) - \log(x+1)$	$[1 < x \leq 3 - \sqrt{2}]$
641	$\log_2 x^3 \leq 2 \log_2 x$	$[0 < x \leq 1]$	657	$2 \log(x+2) - \log(x+5) > \log(-x)$	$\left[-\frac{1}{2} < x < 0\right]$
642	$\log_2 x - \log_8 x \geq 1$	$[x \geq 2\sqrt{2}]$	658	$\frac{1}{2} \log_2 x - \log_2(x-1) \leq \frac{1}{2}$	$[x \geq 2]$
643	$\log_2(x+2) \geq 2 \log_2 x$	$[0 < x \leq 2]$	659	$\log_3 x^2 - \log_9 x \leq 2$	$[0 < x \leq 3\sqrt{3}]$
644	$\log_{\frac{1}{3}}(x+1) \leq -\log_{\frac{1}{3}} \frac{x}{2}$	$[x \geq 1]$	660	$\log_2(x+2) \geq \log_{\frac{1}{2}}(x-1)$	$\left[x \geq \frac{\sqrt{13}-1}{2}\right]$
645	$\ln x + 2 \ln \sqrt{x-1} \geq \ln(4-x)$	$[2 \leq x < 4]$	661	$\log_3(x-2) \leq \log_{\frac{1}{3}}(x+1)$	$\left[2 < x \leq \frac{1+\sqrt{13}}{2}\right]$

Risolvi le seguenti disequazioni, anche ricorrendo a opportune sostituzioni.

673	$\ln^2 x + \ln x > 0$	$[0 < x < e^{-1} \vee x > 1]$	681	$\frac{1}{\log^2 x + \log x} - \frac{2}{\log^2 x - 1} > \frac{1}{\log^2 x - \log x}$	
674	$4 - \ln^2 x \geq 0$	$[e^{-2} \leq x \leq e^2]$			$[1 < x < 10 \wedge x \neq 10^{-1}]$
675	$\ln^2 x + \ln x < 2$	$[e^{-2} < x < e]$	682	$\frac{1}{\ln x} + \frac{2}{\ln^2 x} \leq 3$	$[0 < x \leq e^{-\frac{1}{2}} \vee x \geq e]$
676	$2 \log_2^2 x \geq \log_2 x + 1$	$\left[0 < x \leq \frac{\sqrt{2}}{2} \vee x \geq 2\right]$	683	$\log_2^2 \frac{1}{x} \geq \log_2 \sqrt{x}$	$[0 < x \leq 1 \vee x \geq \sqrt{2}]$

Risolvi le seguenti disequazioni frazionarie.

689	$\frac{\log(1+x)}{\log(2x)} \leq 0$	$\left[0 < x < \frac{1}{2}\right]$	694	$\frac{\log_{\frac{1}{2}} x}{\log_3(x-2)} \leq 0$	$[0 < x \leq 1 \vee x > 9]$
690	$\frac{1}{\log x} < 1$	$[0 < x < 1 \vee x > 10]$	695	$\frac{\log_{\frac{1}{2}}(x-1)}{\log_{\frac{1}{3}}(x+1)} < 0$	$[1 < x < 2]$
691	$\frac{\log_2 x}{\log_2(x-1)} \geq 0$	$[0 < x \leq 1 \vee x > 2]$	696	$\frac{\ln x-2 }{x} \leq 0$	$[x < 0 \vee 1 \leq x < 2 \vee 2 < x \leq 3]$
692	$\frac{\log_2(x+1)}{\log_2(x-1)} > 0$	$[x > 2]$			

1) Calcolare le seguenti composizioni.

$$\left. \begin{array}{l} f(x) = \sin x \\ g(x) = e^x \end{array} \right\} \rightarrow \begin{array}{l} (g \circ f)(x) \\ (f \circ g)(x) \end{array} \quad \left| \begin{array}{l} (g \circ f)(x) = g(f(x)) \\ (h \circ g \circ f)(x) = h(g(f(x))) \end{array} \right.$$

$$\left. \begin{array}{l} f(x) = x^2 \\ g(x) = \log(x) \end{array} \right\} \rightarrow \begin{array}{l} (f \circ g)(x) \\ (g \circ f)(x) \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} f(x) = \sqrt{x} \\ g(x) = \sin(x) \\ h(x) = x^3 \end{array} \right\} \rightarrow \begin{array}{l} (f \circ g \circ h)(x) \\ (g \circ h \circ f)(x) \\ (h \circ g \circ f)(x) \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} f(x) = x^m \\ g(x) = \cos\left(\frac{\pi}{m}x\right) \\ h(x) = e^x \end{array} \right\} \rightarrow \begin{array}{l} (f \circ g \circ h)(x) \\ (g \circ f)(x) \\ (f \circ g)(x) \\ (h \circ g \circ f)(x) \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} f(x) = x + e^x \\ g(x) = \tan(x) \\ h(x) = \sqrt{x} \end{array} \right\} \rightarrow \begin{array}{l} (f \circ g)(x) \\ (f \circ g \circ h)(x) \\ (h \circ g)(x) \\ (h \circ f \circ g)(x) \end{array}$$

2) Calcola il dominio delle seguenti funzioni.

$$\begin{array}{l} \bullet y = \sqrt{|x|} \quad \bullet y = \ln\left(\frac{1-3x}{7x+2}\right) \quad \bullet y = \frac{1}{\sin(x)} \quad \bullet y = x^3 \sqrt{x^2+3x} \\ \bullet y = e^{\sqrt{x+1}} \quad \bullet y = \ln(x^2+2x+1) \quad \bullet y = \frac{\sqrt{e^x-2}}{x} \quad \bullet y = \ln(1+e^{\frac{x}{3}}) \\ \bullet y = e^{\sqrt{\frac{e^{-x}-1}{e^{3x}-6}}} \quad \bullet y = \ln(|x-1| - \sqrt{x}) \quad \bullet y = \sin(x + 2\cos(x)) \end{array}$$

3) Studiare eventuali simmetrie delle funzioni al punto (2) (PARI, DISPARI)

4) Stabilire la natura delle seguenti funzioni. (INIETTIVE, SURIETTIVE, BIETTIVE)

$$\begin{aligned} & \bullet y = \frac{1}{2}x + 3 & \bullet y = x^2 - 2x & \bullet y = -\frac{1}{2}x - 2 & \bullet y = x^2 - 1 \\ & \bullet y = \frac{1}{2}\sqrt[3]{x} & \bullet y = \sqrt[3]{x} - 1 & \bullet y = 3x - 2 & \bullet y = \frac{x-3}{2x+1} \\ & \bullet y = \frac{2}{\sqrt{x}} & \bullet y = e^{1-2x} & \bullet y = 3^{x^2} & \bullet y = \ln(x+4) \end{aligned}$$

5) Calcolare le funzioni inverse delle funzioni biettive dell'esercizio (4)

6) Dire come poter rendere invertibili le funzioni in (4) che non lo risultano

7) Risolvere le seguenti equazioni esponenziali

$$\begin{aligned} & \bullet 10^x = 0,01 & \bullet 2^{5x} = 32 & \bullet 3^{x+2} = 81 & \bullet a^{6x} = a^{x^2}, a > 0 \\ & \bullet a^x = -2, a > 0 & \bullet \left(\frac{1}{3}\right)^{x+1} = 9 & \bullet 7^{x^2+4x+3} = \frac{1}{7} & \bullet 7^{\sqrt{x^2+1}} = 49 \\ & \bullet 2^{x+2} + 2^x = 640 \\ & \bullet 4^x + 2^x - 2 = 0 & \bullet 3^{2x} - 9 \cdot 3^x + 3 = 0 & \bullet 20^{2x+1} + 2 = 9 \cdot 20^x \\ & \bullet 3^x = 5^{x-2} & \bullet 3^{2x} - 3^{x+1} = -2 & \bullet 7^{2x-1} - 14^{2x} = 0 \end{aligned}$$

8) Risolvi le seguenti disequazioni.

$$\left(\frac{1}{5}\right)^{\sqrt{x}} > 25 \quad 16^{x^2+x} < 4 \quad \left(\frac{1}{2}\right)^x \leq -1 \quad 2^x > \frac{1}{64}$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{x^2+2} - \left(\frac{27}{8}\right)^x < 0 \quad \frac{2^{3x}}{4^{x+1}} - \left(\frac{1}{2}\right)^x > 0$$

$$3^{2x} - 3^{x-1} \geq 0 \quad 2^{2x} - 3 \cdot 2^x + 2 \geq 0 \quad \left(\frac{1}{2}\right)^{2x} - 3\left(\frac{1}{2}\right)^x - 4 \geq 0$$

9) Risolvi le seguenti equazioni, logaritmiche

$$\log_3 x = 2 \quad \log_4 (2x-1) = \log_4 x \quad \ln(x+2) = 0$$

$$\log_5 (x^2+x+1) = 1 \quad \log_x 2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad \ln^3 x - 9 \ln x = 0$$

$$\ln^2 x - 2 \ln x + 1 = 0 \quad 2 \ln^2(x-1) - 5 \ln(x-1) + 2 = 0$$

$$\log_3^2 (2x^2-x) = 1 \quad \log_a (x-5) + \log_a (x-7) + \log_a 3 = 0$$

10) Risolvi le seguenti disequazioni, logaritmiche

$$\ln x > 0 \quad \log_6 (x^2-x) \leq 1 \quad \ln(x+1) < 0$$

$$\ln(x^2-x) > 1 \quad \ln 5^x + \ln 5^{-2x} < 0 \quad \log_9 x \leq 10$$

$$\ln(-1+x) \geq 2 \quad \ln x + \ln 3 < \ln x^2 \quad \log_{\frac{1}{2}} x > -1$$

$$2 \log_2 x - 3 < 0 \quad 2 - 4 \log^2 x \geq 0 \quad 4 \log^2 x \geq 4$$

