ESERCIZI LEZIONE 10 OTTOBRE 2025

PIANO CARTESIANO: RETTA E CIRCONFERENZA

Determina la distanza tra i punti A e B.

21	$A(-3, 0)$	$B(-5, 0)$	$[2]$
22	$A(2, -2)$	$B(-2, 4)$	$[2\sqrt{13}]$
23	$A(-5, 3)$	$B(-5, -4)$	$[7]$
24	$A(-2, 0)$	$B(4, 3)$	$[3\sqrt{5}]$
25	$A\left(-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)$	$B\left(\frac{5}{2}, 2\right)$	$\left[\frac{1}{2}\sqrt{37}\right]$

Scrivi l'equazione della retta passante per A e per B.

231	$A(-1, 2)$	$B(2, 5)$	$[y = x + 3]$
232	$A(-2, -1)$	$B(-2, 3)$	$[x = -2]$
233	$A\left(0, \frac{1}{4}\right)$	$B(-2, 0)$	$\left[y = \frac{1}{8}x + \frac{1}{4}\right]$
234	$A(-1, 1)$	$B(3, 5)$	$[y = x + 2]$
235	$A(0, 3)$	$B(4, 0)$	$\left[y = -\frac{3}{4}x + 3\right]$
236	$A(1, 5)$	$B(-2, 5)$	$[y = 5]$

Stabilisci se le seguenti coppie di equazioni rappresentano rette parallele distinte, incidenti o coincidenti.

184	$4x - y + 1 = 0$	$y = -4x + 4$	[Incidenti]
185	$x - 9y + 8 = 0$	$3x - 3y + 4 = 0$	[Incidenti]
186	$x - 2y + 1 = 0$	$3x - 6y + 3 = 0$	[Coincidenti]
187	$x - \sqrt{2}y + 1 = 0$	$\sqrt{2}x - y + 1 = 0$	[Incidenti]

Scrivi l'equazione della parallela e della perpendicolare a r passanti per P.

204	$r: y = 2x + 3$	$P(-1, 3)$	$\left[y = 2x + 5; y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}\right]$
205	$r: 2x - y - 1 = 0$	$P(2, 4)$	$\left[y = 2x; y = -\frac{1}{2}x + 5\right]$
206	$r: 2x + 6y - 1 = 0$	$P(-2, 5)$	$\left[y = -\frac{1}{3}x + \frac{13}{3}; y = 3x + 11\right]$
207	$r: 2x - 3y + 1 = 0$	$P(-3, -4)$	$\left[y = \frac{2}{3}x - 2; y = -\frac{3}{2}x - \frac{17}{2}\right]$

Dopo aver verificato che le seguenti coppie di equazioni rappresentano rette incidenti, determina le coordinate del loro punto di intersezione.

170	$y = -x - 1$	$y = -2x - 1$	$[(0, -1)]$
171	$x - y - 3 = 0$	$2x + 3y - 1 = 0$	$[(2, -1)]$
172	$2x + y - 1 = 0$	$y = 2x - 2$	$\left[\left(\frac{3}{4}, -\frac{1}{2}\right)\right]$
173	$x - y - 1 = 0$	$x + 2y + 1 = 0$	$\left[\left(\frac{1}{3}, -\frac{2}{3}\right)\right]$
174	$y = -3x$	$x - y + 1 = 0$	$\left[\left(-\frac{1}{4}, \frac{3}{4}\right)\right]$
175	$x\sqrt{2} + y = 1$	$x + y - \sqrt{2} = -1$	$[(\sqrt{2}, -1)]$

166 Determina per quali valori di k la retta di equazione $(k-2)x - 2y + 1 = 0$:

a. passa per il punto $P(1, -1)$;
b. è perpendicolare all'asse y;
c. è parallela alla retta di equazione $2x + y = 0$;
d. è perpendicolare alla retta di equazione $x + y + 3 = 0$. [a. $k = -1$; b. $k = 2$; c. $k = -2$; d. $k = 4$]

167 Determina per quali valori di k la retta di equazione $2x - (k-2)y + 2 = 0$:

a. passa per il punto $P(2, 3)$;
b. è parallela all'asse x;
c. è parallela alla retta di equazione $2x + y - 1 = 0$;
d. è perpendicolare all'asse x;
e. è perpendicolare alla retta di equazione $2x - 3y = 0$. $\left[\text{a. } k = 4; \text{ b. Impossibile; c. } k = 1; \text{ d. } k = 2; \text{ e. } k = \frac{2}{3}\right]$

Stabilisci se ciascuna delle seguenti equazioni rappresenta una circonferenza. In caso negativo spiega il motivo, in caso affermativo individuane il centro C e il raggio r e rappresentala graficamente.

8 $x^2+y^2-2x-6y-6=0$ $[C(1,3); r=4]$

9 $x^2+y^2-8x=0$ $[C(4,0); r=4]$

10 $(x+2)^2+(y-2)^2=9$ $[C(-2,2); r=3]$

11 $2x^2+2y^2-3x-y+3=0$ [Non rappresenta una circonferenza]

12 $x^2+y^2-4x+6y=0$ $[C(2,-3); r=\sqrt{13}]$

16 $x^2+y^2+6x-2y+10=0$ [Degenere nel punto $C(-3, 1)$]

17 $x^2+(y-2)^2=4$ $[C(0,2); r=2]$

18 $x^2+y^2-6x-6y+9=0$ $[C(3,3); r=3]$

19 $x^2+2y^2-3x-6y+1=0$ [Non rappresenta una circonferenza]

ANGOLI E RADIANTI – SENO, COSENO E TANGENTE DI UN ANGOLO

Converti in radianti le misure dei seguenti angoli, espresse in gradi.

19 30° 45° 60° $\left[\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{3}\right]$

20 15° 135° 300° $\left[\frac{\pi}{12}; \frac{3\pi}{4}; \frac{5\pi}{3}\right]$

21 75° 150° 225° $\left[\frac{5\pi}{12}; \frac{5\pi}{6}; \frac{5\pi}{4}\right]$

22 20° 50° 200° $\left[\frac{\pi}{9}; \frac{5\pi}{18}; \frac{10\pi}{9}\right]$

23 210° 220° 315° $\left[\frac{7\pi}{6}; \frac{11\pi}{9}; \frac{7\pi}{4}\right]$

24 10° 100° 270° $\left[\frac{\pi}{18}; \frac{5\pi}{9}; \frac{3\pi}{2}\right]$

25 180° 330° 105° $\left[\pi; \frac{11\pi}{6}; \frac{7\pi}{12}\right]$

26 18° 40° 405° $\left[\frac{\pi}{10}; \frac{2\pi}{9}; \frac{9\pi}{4}\right]$

Converti le misure dei seguenti angoli, espresse in radianti, in gradi (se frazionari, in entrambi i sistemi sessagesimale e sessadecimale).

27 $\frac{\pi}{6}$ $\frac{\pi}{3}$ $\frac{\pi}{4}$ [30°; 60°; 45°]

28 $\frac{7\pi}{2}$ $\frac{5\pi}{4}$ $\frac{11\pi}{3}$ [630°; 225°; 660°]

30 $\frac{2\pi}{3}$ 4π $\frac{\pi}{9}$ [120°; 720°; 20°]

31 $\frac{11\pi}{12}$ $\frac{10\pi}{3}$ $\frac{7\pi}{6}$ [165°; 600°; 210°]

Semplifica le seguenti espressioni, ricordando i valori delle funzioni goniometriche degli angoli che hanno il secondo lato su uno degli assi cartesiani.

62 $\sin\frac{3\pi}{2}\left(\cos\frac{\pi}{2}-\sin\frac{\pi}{2}\right)$ [1]

63 $\sin 90°\cos 90° + \sin 180°\cos 180°$ [0]

64 $(\sin\pi+\cos\pi)^3+\left(\sin\frac{\pi}{2}+\cos\frac{\pi}{2}\right)^3$ [0]

65 $\sin 180°\cos 90° + \cos 180°\sin 270°$ [1]

66 $\dfrac{\sin\pi+\tan\pi}{\cos\pi+\sin 2\pi}$ [0]

67 $\left(\sin^7\frac{\pi}{2}\cos^8\frac{3}{2}\pi+\sin^6\frac{3\pi}{2}\cos^5\frac{\pi}{2}\right)^3$ [0]

Semplifica le seguenti espressioni, ricordando anche i valori delle funzioni goniometriche degli angoli di 30°, 45° e 60°.

80 $\sin 30° - \cos 60° + \tan 30° - \tan 60°$ $\left[-\frac{2\sqrt{3}}{3}\right]$

81 $(\sin 30° - \cos 60°)^2$ [0]

82 $\sqrt{2}\sin 45° + \sqrt{3}\sin 60° - \frac{\sqrt{3}}{3}\tan 30°$ $\left[\frac{13}{6}\right]$

83 $\sqrt{3}\sin\frac{\pi}{6}-\tan\frac{\pi}{6}+\sqrt{3}\cos\frac{\pi}{3}-\sqrt{3}\tan\frac{\pi}{4}$ $\left[-\frac{\sqrt{3}}{3}\right]$

84 $\left(\sin\pi+\cos\pi+\tan\frac{\pi}{4}\right)\left(\sin\frac{\pi}{3}+\sin\frac{\pi}{6}\right)$ [0]

85 $\left(\cos\frac{\pi}{3}-\sin\frac{\pi}{6}\right)^2+\left(\cos\frac{\pi}{6}-\sin\frac{\pi}{3}\right)^2$ [0]

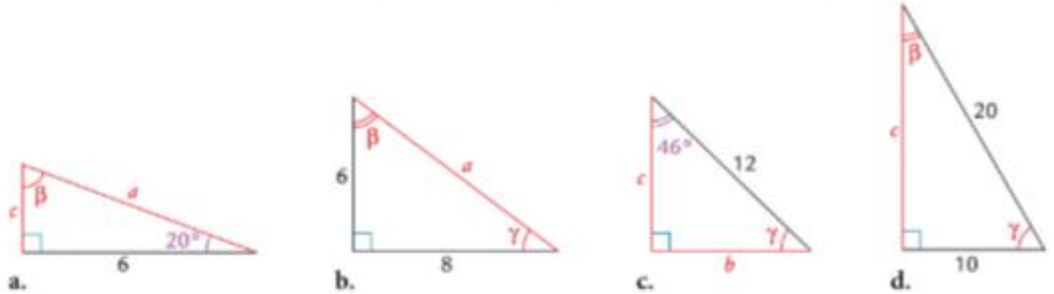
86 $\left(\sin\frac{\pi}{6}+\cos\frac{\pi}{3}\right)^2+\left(\sin\frac{\pi}{3}+\cos\frac{\pi}{6}\right)^2$ [4]

87 $\tan\frac{\pi}{4}\left(\tan\frac{\pi}{3}-\tan\frac{\pi}{6}\right)\left(\sin\frac{\pi}{3}-\cos\frac{\pi}{6}\right)$ [0]

88 $\left(\cos\frac{\pi}{2}-\sin\frac{\pi}{2}\right)\left(\sin\frac{\pi}{2}-\cos\pi\right)\left(\sin\frac{\pi}{4}+\cos\frac{\pi}{4}\right)$ $[-2\sqrt{2}]$

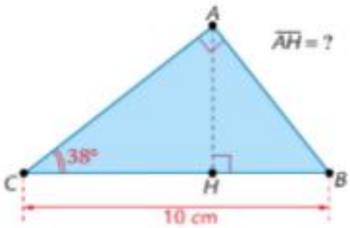
89 $\tan 30°\tan 60° + \sin 30°\cos 60° + \sin 60°\cos 30°$ [2]

2 In riferimento alle seguenti figure, determina le misure degli elementi colorati in rosso.



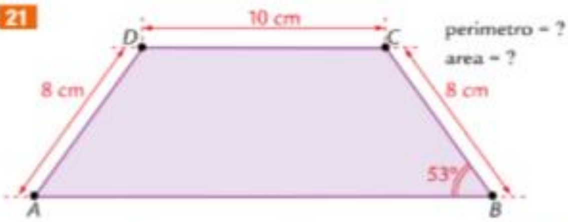
Con riferimento alle seguenti figure, determina gli elementi richiesti.

19



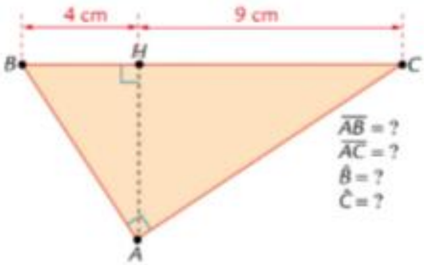
[4,85 cm]

21



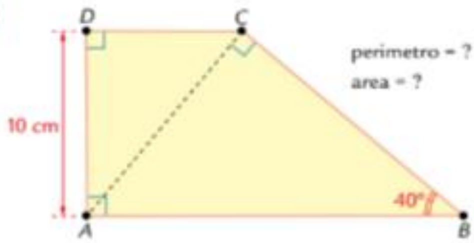
[Perimetro ≃ 45,63 cm; Area ≃ 94,65 cm²]

20



[$AB = 2\sqrt{13}$ cm; $AC = 3\sqrt{13}$ cm; $BC = 13$ cm; $A\hat{B}C \simeq 56{,}31°$; $A\hat{C}B \simeq 33{,}69°$]

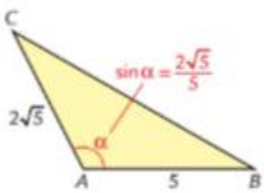
22



[Perimetro ≃ 54,26 cm; Area ≃ 143,5 cm²]

In ciascuna delle seguenti figure, determina gli elementi incogniti indicati al di sotto di esse.

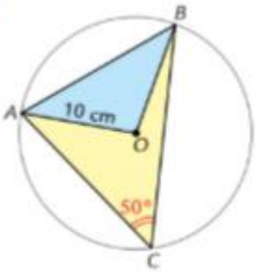
80



Area $(ABC) = ?$ $\tan\alpha = ?$

[10; −2]

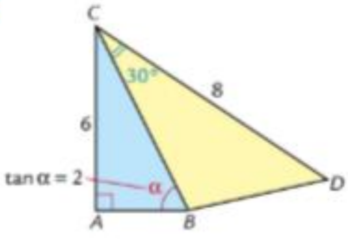
81



$AB = ?$ Area $(AOB) = ?$

[Circa 15,3 cm; circa 49,2 cm²]

82

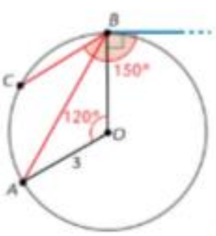


$\sin A\hat{C}B = ?$ Area $(BCD) = ?$

$\left[\frac{\sqrt{5}}{5}; 6\sqrt{5}\right]$

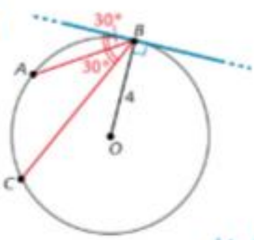
Utilizzando il teorema della corda, determina le misure delle corde *AB* e *BC*.

83



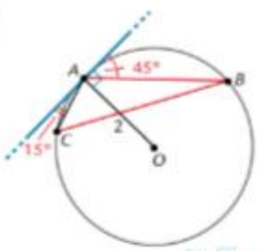
[$3\sqrt{3}$; 3]

84



[4; $4\sqrt{3}$]

85



[$2\sqrt{2}$; $2\sqrt{3}$]

TEOREMA DEI SENI

Del triangolo ABC sono noti alcuni elementi. Determina ciò che è richiesto.

114 $a = 12$, $b = 9$, $\beta = 30°$. sen α? $\left[\frac{2}{3}\right]$

115 $a = 20$, $b = 9$, $\alpha = 120°$. sen β? $\left[\frac{9\sqrt{3}}{40}\right]$

116 $a = 21$, $c = 12$, $\gamma = \frac{\pi}{3}$. sen α? cos β? [impossibile]

117 $b = 12$, $\alpha = 60°$, $\beta = 45°$. a? c? $[6\sqrt{6}; 6(\sqrt{3}+1)]$

TEOREMA DI CARNOT

Del triangolo ABC sono noti alcuni elementi. Determina ciò che è richiesto.

127 $a = 12$, $b = 6$, $\gamma = \frac{\pi}{3}$. c? $[6\sqrt{3}]$

128 $b=4\sqrt{2}$, $c = 20$, $\alpha = \frac{\pi}{4}$. a? $[4\sqrt{17}]$

129 $a = 15$, $c = 21$, $\beta = 40°$. b? [13,5]

130 $a = 24$, $b = 12$, $c = 12\sqrt{3}$. γ? $[60°]$

131 $a=\sqrt{56}$, $b = 10$, $c = 6$. cos α? $\left[\frac{2}{3}\right]$

132 $a = 12$, $b=4\sqrt{10}$, $c = 8$. tg β? $[\sqrt{15}]$

TRIANGOLI QUALUNQUE

Risolvi il triangolo ABC, noti gli elementi indicati.

138 $c = 12\sqrt{3}$, $\alpha = \frac{\pi}{4}$, $\gamma = \frac{\pi}{3}$. $\left[\beta = \frac{5}{12}\pi; a = 12\sqrt{2}; b = 6(\sqrt{2}+\sqrt{6})\right]$

139 $b = \sqrt{3}+1$, $\beta = 15°$, $\gamma = 120°$. $[\alpha = 45°; a = 4+2\sqrt{3}; c = 2\sqrt{6}+3\sqrt{2}]$

140 $a = 8\sqrt{6}$, $\alpha = \frac{2}{3}\pi$, $\beta = \frac{\pi}{12}$. $\left[\gamma = \frac{\pi}{4}; b = 8\sqrt{3}-8; c = 16\right]$

Risolvi il triangolo ABC, noti gli elementi indicati.

150 $a = 12\sqrt{2}$, $b = 8\sqrt{3}$, $\alpha = 60°$. $[\beta = 45°; \gamma = 75°; c = 12+4\sqrt{3}]$

151 $b = 6\sqrt{3}$, $c = 6\sqrt{2}$, $\beta = \frac{\pi}{3}$. $\left[\alpha = \frac{5}{12}\pi; \gamma = \frac{\pi}{4}; a = 3\sqrt{2}+3\sqrt{6}\right]$

152 $a = 2\sqrt{2}$, $c = \sqrt{2}+\sqrt{6}$, $\alpha = 45°$. $[\beta = 60°, \gamma = 75°, b = 2\sqrt{3} \ \vee \ \beta = 30°, \gamma = 105°, b = 2]$

Risolvi il triangolo ABC, noti gli elementi indicati.

155 $a = 4$, $b = 9$, $c = 12$. $[\alpha \simeq 15°; \beta \simeq 35°; \gamma \simeq 130°]$

156 $a = 20$, $b = 7$, $c = 14$. $[\alpha \simeq 142°; \beta \simeq 12°; \gamma \simeq 26°]$

157 $a = 52$, $b = 48$, $c = 36$. $[\alpha \simeq 75°; \beta \simeq 63°; \gamma \simeq 42°]$

SIMILITUDINE DEI TRIANGOLI

1.

I lati AB, BC, AC di un triangolo ABC sono lunghi rispettivamente 15 cm, 22 cm e 30 cm. I lati corrispondenti di un triangolo A'B'C' sono rispettivamente 22,5 cm, 33 cm e 45 cm. Stabilisci se e, in caso affermativo, per quale criterio di similitudine i triangoli sono simili?

[soluzione]

2.

Due lati corrispondenti di due triangoli simili sono lunghi rispettivamente 30 cm e 15 cm. In che rapporto stanno tra di loro i perimetri e le aree dei due triangoli simili.

[soluzione]

3.

Un triangolo ha i lati che misurano 12 cm, 9 cm e 18 cm. Calcola il perimetro di un triangolo simile che ha il lato corrispondente al primo lato del primo triangolo pari a 18 cm.

[soluzione]

4.

Un triangolo ha i lati che misurano 16 cm, 13 cm e 26 cm. Calcola il perimetro di un triangolo simile che ha il lato corrispondente al terzo lato del primo triangolo pari a 39 cm.

[soluzione]

5.

Due quadrilateri simili hanno due lati omologhi rispettivamente di 18 cm e 12 cm. Sapendo che gli altri lati del primo quadrilatero misurano 12 cm, 27 cm e 24 cm calcola rapporto dei perimetri dei due quadrilateri.

[soluzione]

6.

Un triangolo ABC ha il lato AB pari a 14 cm, il lato BC pari a 18 cm e il lato AC pari a 28 cm. Calcola l'area e il perimetro di un triangolo simile che ha il lato corrispondente al lato AB del primo triangolo pari a 7 cm.

CONGRUENZA DEI TRIANGOLI

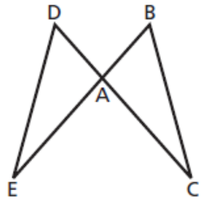
9 Nel triangolo ABC il lato AB è il triplo del lato BC, che a sua volta è inferiore di 50 cm rispetto al lato AC. Se il perimetro è di 250 cm, quanto misura in cm ciascun lato? [40; 120; 90]

10 In un triangolo isoscele ABC di base AB l'angolo di vertice C supera di 18° ciascuno degli angoli alla base. Sapendo che la somma degli angoli interni di un triangolo è 180°, determina l'ampiezza di ciascun angolo del triangolo.
Prolunga il lato AC, dalla parte di A, di un segmento AF e traccia la bisettrice AR dell'angolo $\hat{A}$. Determina l'ampiezza di $R\hat{A}F$. [54°; 54°; 72°; 153°]

11 Sui lati AB e AC di un triangolo isoscele di base BC prendi rispettivamente due punti, D su AB ed E su AC, tali che $\overline{AD} = \overline{AE} = \frac{1}{3}\overline{AB}$. La base BC supera di 20 cm il segmento AD. Sapendo che il perimetro del triangolo è di 160 cm, calcola la misura in cm dei suoi lati. [60; 60; 40]

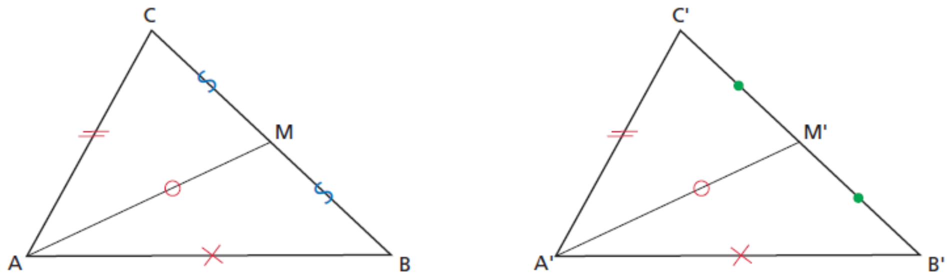
---

1 Indica, in ognuno dei casi, se le ipotesi sono sufficienti per dimostrare le tesi.



1. Ipotesi	**Tesi**
DA ≅ AB	DAE ≅ BAC
EA ≅ AC	
2. Ipotesi	**Tesi**
DA ≅ AB	DAE ≅ BAC
DE ≅ BC	
3. Ipotesi	**Tesi**
DE ≅ BC	DAE ≅ BAC
D ≅ B	

2 Dimostra che i triangoli ABC e $A'B'C'$ sono congruenti utilizzando le ipotesi segnate nella figura.



3 Disegna un triangolo isoscele ABC in modo che la base AB sia minore del lato obliquo. Prolunga CA di un segmento AE congruente alla differenza fra il lato obliquo e la base. Prolunga poi la base AB di un segmento $BF \cong AE$. Dimostra che $CF \cong EF$.

4 ABC è un triangolo con gli angoli alla base BC congruenti. Disegna le bisettrici CR e BQ degli angoli alla base. Dimostra che:

a) $CR \cong BQ$;

b) $AB \cong AC$.

(Questa dimostrazione è alternativa a quella del teorema inverso del triangolo isoscele.)

1) La diagonale $\overline{AC}$ di un rettangolo ABCD forma con un lato un angolo α avente coseno $\frac{3}{5}$. Determinare l'area.

2) Calcolare il perimetro di un triangolo rettangolo sapendo che l'area è 8 cm² e la tangente di un angolo acuto è $2+\sqrt{3}$

3) In un trapezio rettangolo $\overline{AB}=32$, $\overline{CD}=8$ cm e $\tan\hat{B}=\frac{5}{12}$. Calcola area e perimetro.

4) Una scala lunga 4 m tocca il tronco di un albero ad un'altezza da terra di 3 m. Quale inclinazione ha la scala rispetto al terreno?

5) In una circonferenza, il diametro $\overline{AB}$ misura 75 cm e la corda AC misura 58,5 cm. Calcola la distanza di C dal diametro

6) In una circonferenza di raggio 10, una corda AB misura $10\sqrt{3}$. Determina l'ampiezza dell'angolo acuto alla circonferenza che insiste su AB.

7) Sia dato un parallelogramma ABCD e sono $AB=28$ cm, $A\hat{D}B=60°$ e $D\hat{B}A=45°$. Calcola il perimetro del parallelogramma.

8) Un pendolo di lunghezza 80 cm, nella posizione di riposo, ha la sfera a distanza 60 cm dal suolo mentre, nella sua oscillazione massima, esso si trova a 75 cm. Sia α l'angolo compiuto durante l'oscillazione, calcolare $\cos\alpha$.

9) Verificare che $\frac{\sin^3\alpha+\cos^3\alpha}{\sin\alpha-\cos\alpha}-\frac{\sin^2\alpha}{\sin^2\alpha-\cos^2\alpha}+\cos^2\alpha=\frac{\sin\alpha\cos\alpha}{\sin^2\alpha-\cos^2\alpha}$

10) Verificare che $\sec^3\alpha=(\cos\alpha-\cos^3\alpha)\tan\alpha$

$\boxed{1}$

8) Determinare la retta che interseca l'asse y nel punto $P_1(0,-3)$ e l'asse x nel punto $P_2(4,0)$.
Calcolarne il coeff. angolare

9) Date le rette $y=3x-2$ e $5x+6y=0$, stabilire se si intersecano. Risolvere l'esercizio in 2 modi diversi

10) Determinare le intersezioni con gli assi della retta $4x+3y-1=0$. Calcolare area e perimetro della figura che si ottiene con gli assi.

11) Determinare, se esiste, il valore del parametro k per cui le rette di equazione

$$y=3+k-2(1+k)x \quad e \quad 2(1-k)y=x-2k-1$$

si incontrano in un punto della retta $y=-x+4$

12) Trovare l'eq. di due rette, una verticale ed una orizzontale, tale che, il poligono che esse creano con gli assi cartesiani abbia area pari ad 1 e perimetro 8

13) Data $y=mx+q$ trovare:
- per $q=2$, il valore di m tale che il ~~rettangolo~~ triangolo che si ottiene con gli assi ha area 3
- per $m=-1$, il valore di q t.c. il triangolo ha perimetro 4

14) Determinare l'eq. della retta per $A(-1,m)$ e $B(2m;$ [illegible]
Per quale valore di m tale retta è parallela all'asse
- Per quale valori di m x e y?
- Per quale m la retta è parallela alla prima e seconda bisettrice?
- Per quale m la retta passa per $C(0,5)$?

15) Dati i moti $A(t)=(0,5t)$ e $B(t)=\left(1-\frac{t}{2}, 1+4t\right)$, descriverli e determinare se ci sarà collisione.

Dati $A(2,2)$, $B(2,-1)$, $C(0,2)$, fra le rette passanti per $P(1,1)$, caratterizzare, mediante opportune condizioni sul coeff. angolare, quelle che intersecano

- il segmento $\overline{AB}$
- il segmento $\overline{AC}$

$\boxed{2}$

2) Dati $A(2,0)$ $B(0,1)$ $C(1,1)$ $D(4,-1)$ verificare quali terne ottenute dai 4 pti sono allineate.

3) Determinare k tale che le due rette

$-2x+ky-2=0$ e $3x-y+k=0$

- Siano parallele
- Siano ortogonali

4) Determinare l'equazione dell'asse del segmento di estremi $A(1,2)$ e $B(-1,4)$

5) Data la retta r di eq. $x-y+2=0$, determinare il punto d'intersezione con la retta $\perp$ passante per $P(3,0)$

6) Dato il triangolo di vertici $A(1,1)$ $B(2,3)$ $C(4,$

- Calcolarne area e perimetro
- Verificare che è rettangolo

7) Date le rette $y=\sqrt{3}x+4$ e $\sqrt{3}x+3y-\pi=0$, calcolare area e perimetro del triangolo che esse formano con il semiasse positivo delle ascisse